SI, TNPSC AND PC EXAM MATHS ONLINE CLASS

NCA IAS ACADEMY - 8015577159

எண்ணியல்

S.NO	TOPICS	STD	PG.NO
1.	எண்கள் பின்னங்கள்	6TH Term II 6th Term III	1 TO 26 1 To 26
2.	எண்ணியல் எண்ணியல்	7TH Term I 7th Term II	1 TO 33 1 To 21
3.	எண்கள்	8TH	1 TO 51
4.	மெய்யெண்கள்	9TH	43 TO 83
5.	எண்களும் தொடர் வரிசைகளும்	10TH	37 TO 85

WITH NCA YOUR SUCCESS SURE

LAW DEPT QUOTA LAW FREE TEST GROUP👇

https://chat.whatsapp.com/Ly2xXNOgpirK2DTIDS02JM

NEXT SI EXAM OPEN QUOTA GROUP👇 TNPSC GROUP 1,2.4 GROUP👇 POLICE EXAM GROUP👇

https://chat.whatsapp.com/DX5Gn5vatpZCNBKZF4ayHp

NCA YOUTUBE LINK👇

https://youtube.com/@ncaiasacademy?si=AkS45NbZo3Lt5hs1

NCA WEBSITE LINK👇

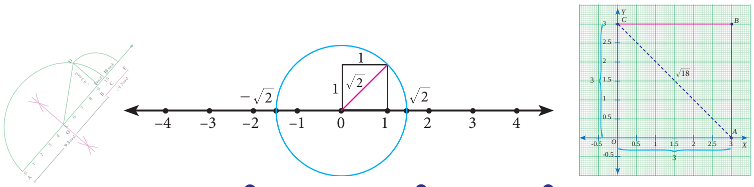
https://ncaiasacademy.in/

NCA FACE BOOK LINK👇

https://www.facebook.com/share/snPJwroiVbSmg5jQ/

www.tntextbooks.in

2



மெய்யெண்கள்

பொதுவாகக் கணக்கீட்டில் மக்களுக்கு எது தேவையாக உள்ளது எனக் கருதும்போது, அதை நான் எப்பொழுதும் ஓர் எண்ணாகவே கண்டறிந்தேன். – அல் ஃவாரிஷ்மி

அல் ஃவாரிஷ்மி
(கி.பி (பொ.ஆ) 780 - 850)

அல் ஃவாரிஷ்மி (Al khwarizmi) என்ற பாரசீகக் கணித மேதைதான் கணிதத்தில் குறிப்பிடும்படியாக, முறுடுகள் (surdus) என்ற சிறப்பு மிக்க கருத்தினை அடையாளம் கண்டார். விகிதமுறா எண்களை அவர் 'காதுகேளாமை' (inaudible) என்ற பொருளில் குறிப்பிட்டார். பின்னர் அது இலத்தீன் மொழியில் சர்டஸ் (surdus) என மொழி பெயர்க்கப்பட்டது. கணிதத்தில் ஒரு மூலத்தை விகிதமுறு எண்ணாக எழுத இயலவில்லை எனில், அது முறுடு (surd) அல்லது முருட்டெண் அல்லது விகிதமுறா மூலம் எனப்படும்.

CI4CFL

கற்றல் விளைவுகள்

- இரு விகிதமுறு, எண்களுக்கிடையே எண்ணற்ற விகிதமுறு எண்கள் இருப்பதை அறிதல்.
- விகிதமுறு, விகிதமுறா எண்களை எண் கோட்டில் குறித்தல் மற்றும் அவற்றை. தசம வடிவில் குறிப்பிடுதல்.
- மெய்யெண்களை எண் கோட்டில் காணுதல்.
- முறுடுகளை அடையாளம் காணுதல்.
- முறுடுகளில் கூட்டல், கழித்தல், பெருக்கல், மற்றும் வகுத்தல் போன்ற அடிப்படைச் செயல்களைச் செய்து பார்த்தல்.
- முறுடுகளின் பகுதியை விகிதப்படுத்துதல்.
- அறிவியல் குறியீடுகளைப் புரிந்துகொள்ளுதல்.

2.1 அறிமுகம்

எங்கெங்கு காணினும் எண்கள்.

★ உங்கள் வீட்டில் தொலைபேசி உள்ளதா? அத்தொலைபேசியில் உள்ள இலக்கங்கள் எத்தனை?

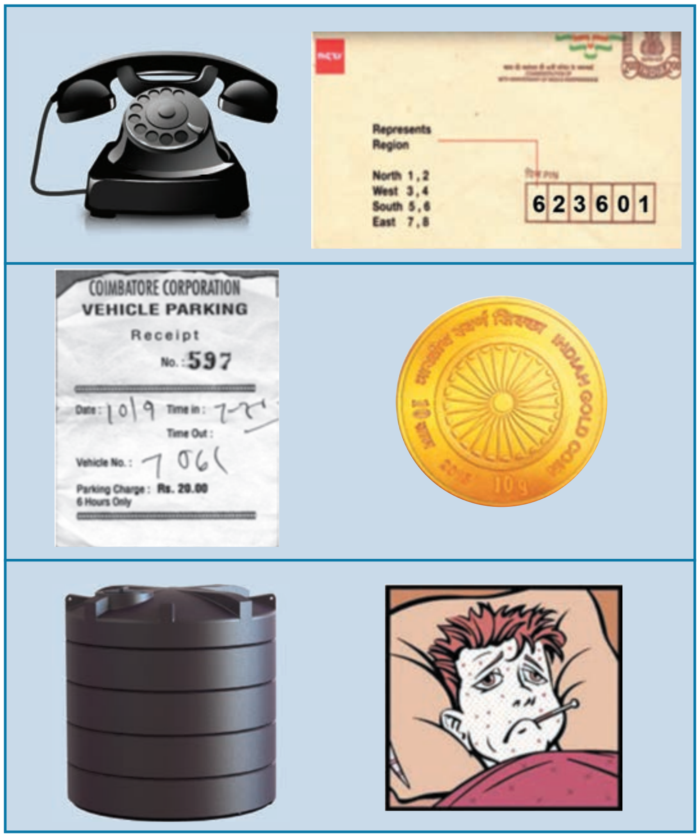
★ உங்கள் பகுதியின் அஞ்சலகக் குறியீட்டு எண் என்ன? அது எவ்வாறு பயனுள்ளதாக இருக்கும்?

★ வண்டிகளை நிறுத்துமிடத்தில் அடையாள வில்லை வாங்கியுள்ளீர்களா? அதன் நோக்கம் என்ன?

NCA IAS ACADEMY - 8015577159

2-Real Numbers_TM.indd 43 26-12-2019 13:08:43

www.tntextbooks.in



★ நீங்கள் 24 கேரட் தங்கத்தைக் கையாண்டிருக்கிறீர்களா? அதன் தரத்தினை எவ்வாறு முடிவு செய்வாய்?

★ உன் கண்ணாடியின் பார்வைத் திறன் அளவு எவ்வளவு?

★ உங்கள் வீட்டிலுள்ள மேல்நிலை நீர்த்தொட்டியின் கொள்ளளவு எவ்வளவு?

★ உனது நண்பனுக்குக் காய்ச்சலா? அவரது உடலின் வெப்பநிலை எவ்வளவு?

எண்களின் பல்வேறு வகைகள் பற்றி இதுவரை நீங்கள் அறிந்ததை விரிவுபடுத்தி அறியவேண்டிய நேரம் இது.

2.2 விகிதமுறு எண்கள் (Rational Numbers)

உங்கள் வீட்டு நிலைப்பேழையில் உள்ள நூல்களை எண்ணும்போது 1,2,3.... என எண்ணத் தொடங்குவீர்கள். இந்த 1, 2, 3 ... ஆகியன இயல் எண்கள் எனப்படும். அவற்றை எண்கோட்டில் குறிப்பிடுவதைப் பற்றி நீங்கள் முன்பே அறிந்துள்ளீர்கள். (படம். 2.1ஐப் பார்க்க).

படம் 2.1

இயல் எண்களின் கணத்தை நாம் $\mathbb{N}$ என்று குறிப்பிடுவோம். இக்கணமானது

$\mathbb{N} = \{ 1, 2, 3, \dots \}$ என்பதாகும்.

நிலை பேழையில் எந்த நூலும் இல்லை என்பதை வேறு முறையில் இங்குள்ள நூல்களின் எண்ணிக்கை 0 எனக் குறிக்கப்படுகிறது. எனவே, பூச்சியத்தை ஓர் உறுப்பாகக் கொண்ட 0, 1, 2, 3 ... என்ற எண்களை முழு எண்கள் என்கிறோம். இந்தப் புதிய எண் 0 ஐ இயல் எண்ணுடன் சேர்த்து எண் கோட்டைப் பின்வருமாறு அமைக்கலாம்.

படம் 2.2

முழு எண்களின் கணத்தை நாம் $\mathbb{W}$ எனக் குறிப்பிடுவோம்.

$$\mathbb{W} = \{ 0, 1, 2, 3, \dots \}$$

சில செயல்பாடுகள் மேலும், பல வகையான எண்களுக்கு வழிகோலுகிறது. அதாவது மிகை, முன்னோக்கி, மேலே, ஏறுவரிசை மற்றும் அதிகமாகும் என்பவை (+) எனக் குறிக்கப்படும். அதேபோல் குறைவான, பின்னோக்கி, கீழே, இறங்கு வரிசை மற்றும் குறைவாகும் என்பவை (–) என்று குறிக்கப்படும்.

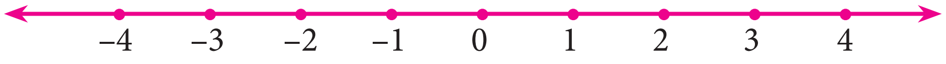
NCA IAS ACADEMY - 8015577159

2-Real Numbers_TM.indd 44 26-12-2019 13:08:44

இனி நீங்கள் இயல் எண்களை மிகை எண்களாக எடுத்துக்கொள்ளலாம். அவற்றை மிகை முழுக்கள் என மறு பெயரிடலாம். இதன் மூலம் நீங்கள் குறை எண்கள் $-1, -2, -3, \ldots$ –க்கு வழிவகுத்துள்ளீர்கள்.

இங்கு -2 என்பது -1 ஐ விட அதிகக் குறை மதிப்புடையது. எனவே -1 மற்றும் -2 ஆகிய இவற்றுள் -2 சிறியது மற்றும் -1 பெரியது ஆகும் எனில் $-2, -1$ ஐவிட -3 பெரிய எண்ணா? அல்லது சிறிய எண்ணா? என்று சிந்திக்கவும்.

இவ்வேளையில் எண்கோட்டை இவ்வாறு குறிப்பிடலாம்.



படம் 2.3

முழுக்களின் கணத்தை நாம் $\mathbb{Z}$ எனக் குறிப்பிடுவோம்.

$$\mathbb{Z} = \{\ \ldots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots\ \}.$$

மேற்கண்ட படத்தைப் (படம் 2.2 மற்றும் 2.3) பார்க்கும்போது அடுத்தடுத்துள்ள இரு முழுக்களுக்கிடையே உள்ள இடைவெளி வியப்பிற்குரியது. அந்த இடைவெளியில் ஏதாவது எண்கள் இருக்குமா?

பின்ன எண்களைப் பற்றி முன்பே நீங்கள் அறிந்திருப்பீர்கள். $\mathbb{Z}$ இன் எண் கோட்டில் எவ்வாறு $\frac{1}{2}$ என்ற புள்ளியை நீ குறிப்பாய்?. இது சரியாக 0–க்கும், 1–க்கும் இடையேயுள்ள மையப் புள்ளி ஆகும். இதைப் போலவே நீங்கள் $\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, 2\frac{3}{4}$ ... போன்ற புள்ளிகளையும் குறிக்கலாம். இவையெல்லாம் $\frac{a}{b}$ வடிவத்தில் உள்ள பின்னங்கள், இதில் a மற்றும் b முழுக்களாகும். மேலும் $b \neq 0$ (ஏன்?) என்ற ஒரு வரம்புடன் இருக்கும். பின்னங்கள் தசம வடிவில் இருந்தாலும் இந்த அமைப்பு மாறாது.

பின்னங்களுக்கும் நீளங்களின் விகிதங்களுக்கும் உள்ள தொடர்பினால் இவ்வெண்கள் விகிதமுறு எண்கள் எனப்படுகின்றன. இச்சூழலுக்கான மாதிரி வரைபடம் (படம் 2.4) பின்வருமாறு:

படம் 2.4

ஒரு விகிதமுறு எண் என்பது இரு முழுக்களின் பின்ன வடிவத்தின் ஈவு ஆகும். இதைப் பூச்சியத்தால் வகுத்தலை மட்டும் தவிர்க்க வேண்டும்.

ஒரு பின்னத்திற்கு இணையான பல்வேறு சமானப் பின்னங்கள் இருக்குமென்பதால், ஒரு விகிதமுறு எண்ணிற்குப் பல வடிவங்கள் (Forms) இருக்க வாய்ப்புண்டு. எனவே $\frac{1}{3}, \frac{2}{6}, \frac{8}{24}$ இவை அனைத்தும் ஒரே விகிதமுறு எண்ணையே குறிக்கும்.

NCA IAS ACADEMY - 8015577159

2.2.1 விகிதமுறு எண்களின் அடர்த்திப் பண்பு (Denseness Property of Rational Numbers)

a, b என்பன இரு விகிதமுறு எண்கள் மேலும் $a > b$ என்போம். $\frac{a+b}{2}$ என்பது அதன் சராசரியாகும். இந்தக் கூட்டுச் சராசரி ஒரு விகிதமுறு எண்ணா எனக் காண்போம்.

$a = \frac{p}{q}$ (p, q முழுக்களாகும் மற்றும் $q \neq 0$); $b = \frac{r}{s}$ (r, s முழுக்களாகும் மற்றும் $s \neq 0$), எனில்,

$$\frac{a+b}{2} = \frac{\frac{p}{q}+\frac{r}{s}}{2} = \frac{ps+qr}{2qs}$$ இது ஒரு விகிதமுறு எண்.

இது a மற்றும் b –க்கு இடையேயுள்ளது என மெய்ப்பிக்க வேண்டும்.

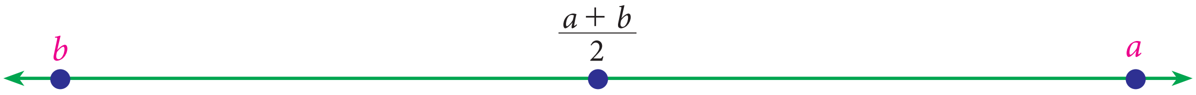
$$a - \left(\frac{a+b}{2}\right) = \frac{2a-a-b}{2} = \frac{a-b}{2} > 0$$ ஏனெனில் $a>b$.

ஆகையால், $a > \left(\frac{a+b}{2}\right)$ ... (1)

$$\left(\frac{a+b}{2}\right) - b = \frac{a+b-2b}{2} = \frac{a-b}{2} > 0$$ ஏனெனில் $a>b$.

ஆகையால், $\left(\frac{a+b}{2}\right) > b$ ... (2)

(1) மற்றும் (2) இலிருந்து $a > \left(\frac{a+b}{2}\right) > b$, எனக் காணலாம்.



படம் 2.5

எனவே, எந்த இரு விகிதமுறு எண்களுக்கும் அதன் சராசரி அல்லது மையப்புள்ளி ஒரு விகிதமுறு எண்ணாக இருக்கும். இச்செயலைப் பலமுறை தொடர்ந்து செய்தால் இரு எண்களுக்கிடையே எண்ணற்ற விகிதமுறு எண்களை உருவாக்க இயலும். எனவே எந்த இரு விகிதமுறு எண்களுக்கும் இடையே எண்ணற்ற விகிதமுறு எண்கள் அமைந்துள்ளன.

எடுத்துக்காட்டு 2.1

$\frac{1}{2}$ மற்றும் $\frac{2}{3}$ இவற்றிற்கிடையே எவையேனும் இரு விகிதமுறு எண்களைக் காண்க.

தீர்வு 1 $\frac{1}{2}$ மற்றும் $\frac{2}{3}$ இவற்றிற்கிடையே உள்ள ஒரு விகித முறு எண்

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}+\frac{2}{3}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{3+4}{6}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{7}{6}\right) = \frac{7}{12}$$

$\frac{1}{2}$ மற்றும் $\frac{7}{12}$ இவற்றிற்கிடையே உள்ள ஒரு விகித முறு எண்

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}+\frac{7}{12}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{6+7}{12}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{13}{12}\right) = \frac{13}{24}$$

எனவே $\frac{1}{2}$ –க்கும் $\frac{2}{3}$ -க்கும் இடையே உள்ள இரண்டு விகிதமுறு எண்கள் $\frac{7}{12}$ மற்றும் $\frac{13}{24}$ ஆகும். (இதைப்போல் பல எண்கள் உள்ளன)

இரு விகிதமுறு எண்களுக்கிடையேயுள்ள விகிதமுறு எண்ணை உடனடியாகக் காண வாய்ப்பு உள்ளது.

NCA IAS ACADEMY - 8015577159

2-Real Numbers_TM.indd 46 26-12-2019 13:08:48

முடிவு

$\frac{p}{q}$ மற்றும் $\frac{r}{s}$ என்பன $\frac{p}{q} < \frac{r}{s}$ என்றவாறு உள்ள இரு விகிதமுறு எண்கள் எனில் $\frac{p+r}{q+s}$ என்ற விகிதமுறு எண் $\frac{p}{q} < \frac{p+r}{q+s} < \frac{r}{s}$ என்றவாறு அமையும்.

எடுத்துக்காட்டாக $\frac{1}{2}$ மற்றும் $\frac{2}{3}$ என்ற எண்களுக்கிடையே உள்ள எவையேனும் இரு விகிதமுறு எண்களைக் காண்க.

தீர்வு 2

$\frac{1}{2} < \frac{2}{3}$ என்பது $\frac{1}{2} < \frac{1+2}{2+3} < \frac{2}{3}$ அல்லது $\frac{1}{2} < \frac{3}{5} < \frac{2}{3}$

$\frac{1}{2} < \frac{3}{5} < \frac{2}{3}$ என்பது $\frac{1}{2} < \frac{1+3}{2+5} < \frac{3}{5} < \frac{3+2}{5+3} < \frac{2}{3}$ அல்லது $\frac{1}{2} < \frac{4}{7} < \frac{3}{5} < \frac{5}{8} < \frac{2}{3}$

தீர்வு 3

வேறு ஏதேனும் புதிய முறைகள் இதற்கு உண்டா? ஆம். தசம எண் வடிவம் உங்களுக்குப் பிடிக்கும் என்றால், மேற்கூறிய எடுத்துக்காட்டை வேறு முறையிலும் தீர்க்க முடியும் என்பதைக் காணலாம்.

$$\frac{1}{2} = 0.5 \text{ மற்றும் } \frac{2}{3} = 0.66...$$

$\frac{1}{2}$ மற்றும் $\frac{2}{3}$ –க்குமிடையே உள்ள விகிதமுறு எண்களை இவ்வாறாகப் பட்டியலிடலாம். 0.51, 0.57, 0.58, …

தீர்வு 4

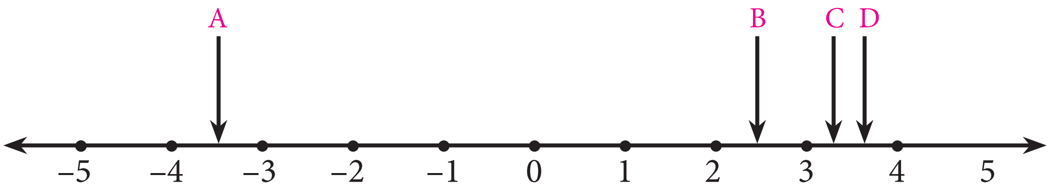
இது போன்ற கணக்குகளைத் தீர்ப்பதற்கு மேலும் ஓர் எளிய வழிமுறையைக் காணலாம்.

எடுத்துக்காட்டாக, $\frac{4}{9}$ மற்றும் $\frac{3}{5}$ என்ற எண்களுக்கிடையே நான்கு விகிதமுறு எண்களைக் காண்க., 9 மற்றும் 5 இன் மீ.சி.ம. 45 ஆகும். அதனால், $\frac{4}{9} = \frac{20}{45}$ மற்றும் $\frac{3}{5} = \frac{27}{45}$ என எழுதலாம்.

$\frac{4}{9}$ மற்றும் $\frac{3}{5}$ என்ற எண்களுக்கிடையே உள்ள விகிதமுறு எண்கள். $\frac{21}{45}, \frac{22}{45}, \frac{23}{45}, \frac{24}{45}, \ldots$

பயிற்சி 2.1

1. $\frac{11}{3}$ ஐ மிகச் சரியாகக் காட்டும் அம்புக்குறி எது?



NCA IAS ACADEMY - 8015577159

2-Real Numbers_TM.indd 47 26-12-2019 13:08:52

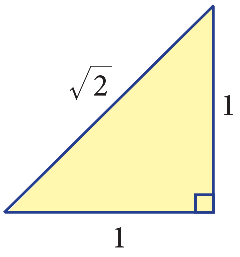
www.tntextbooks.in

2. $\frac{-7}{11}$ மற்றும் $\frac{2}{11}$ என்ற எண்களுக்கிடையே எவையேனும் மூன்று விகிதமுறு எண்களைக் காண்க.

3. பின்வரும் எண் இணைகளுக்கு இடையே எவையேனும் ஐந்து விகிதமுறு எண்களைக் காண்க. (i) $\frac{1}{4}$ மற்றும் $\frac{1}{5}$ (ii) 0.1 மற்றும் 0.11 (iii) -1 மற்றும் -2

2.3 விகிதமுறா எண்கள் (Irrational Numbers)

எண் கோட்டில் ஒவ்வொரு விகிதமுறு எண்ணிற்கும் அதற்குரிய புள்ளி ஒன்று உள்ளது என்பதையும், விகிதமுறு எண்களின் அடர்த்திப் பண்பினைப் பற்றியும் நீங்கள் முன்பே அறிந்துள்ளீர்கள். எண் கோட்டில் உள்ள அனைத்துப் புள்ளிகளும் விகிதமுறு எண்களால் நிரப்பப்பட்டுள்ளனவா? மற்றும் வேறு எவையேனும் எண்களுக்கான புள்ளிகள் உள்ளனவா என்பதை நாம் ஆராய்வோம்.



படம் 2.6

ஓர் அலகு அளவுகளைக் கொண்டு உருவாக்கப்பட்ட ஓர் இருசமபக்கச் செங்கோண முக்கோணத்தை எடுத்துக்கொள்வோம். பிதாகரஸ் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி அதன் கர்ணத்தின் நீளத்தை $\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$ (படம் 2.6) எனக் காணலாம். கிரேக்கர்கள் $\sqrt{2}$ ஐ ஒரு முழு எண்ணுமல்ல, சாதாரணப் பின்னமும் அல்ல எனக் கண்டுபிடித்தனர். எண்கோட்டில் உள்ள புள்ளிகளுக்கும் எண்களுக்குமான தொடர்பு பற்றிய நம்பிக்கை இதனால் தகர்ந்தது. $\sqrt{2}$ ஒரு விகிதமுறா எண் எனப்படும்.

இரு முழுக்களை விகிதமாக எழுத இயலாத எண்களே விகிதமுறா எண்கள் ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டுகள்,

1. $\sqrt{2}$ ஐத் தவிர, அதைப்போன்ற எண்ணற்ற விகிதமுறா எண்களை உருவாக்கலாம்.

   எடுத்துக்காட்டாக: $\sqrt{5}$, $\sqrt{7}$, $2\sqrt{3}$, ...

2. π என்பது ஒரு வட்டத்தின் சுற்றளவிற்கும், அதன் விட்டத்திற்கும் உள்ள விகிதம் ஆகும். இது விகிதமுறா எண்ணிற்கு மேலும் ஓர் எடுத்துக்காட்டாகும்.

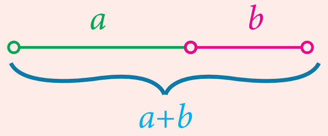
3. e என்பது ஆய்லரின் எண் என அறியப்படும். இதுவும் விகிதமுறா எண்ணிற்கு ஓர் எடுத்துக்காட்டாகும்.

4. தங்க விகிதம் என்பது தங்க சராசரி அல்லது தங்கப் பிரிவு எனவும் அழைக்கப்படுகிறது. ஐங்கோணம், ஐங்கரம், தசம கோணம், பன்னிருமுகி போன்ற எளிய வடிவியல் தூரங்களின் விகிதங்களைக் கணக்கிடத் தடுமாறும்போது தங்க விகிதம் பயன்படுகிறது. இதுவும் ஒரு விகிதமுறா எண் ஆகும்.

தங்க விகிதம் (1 : 1.6)

தங்க விகிதம் என்பது கலை மற்றும் கட்டடக் கலையில் சிறந்த அற்புத விகிதமாகப் போற்றப்படுகிறது.

$(a+b)$ நீளமுள்ள ஒரு கோட்டுத்துண்டினை இரு துண்டுகளாக (a மற்றும் b) பிரிக்கவும். அவ்வாறு பிரிக்கும்போது, $(a+b)$-க்கும் a-க்கும் இடையேயுள்ள விகிதம் a-க்கும் b-க்கும் இடையேயுள்ள விகிதத்திற்கு சமமாக இருத்தல் வேண்டும்.



$a+b : a = a : b$

இதை விகிதச் சமமாகக் கூறலாம். $\frac{a+b}{a}=\frac{a}{b}$

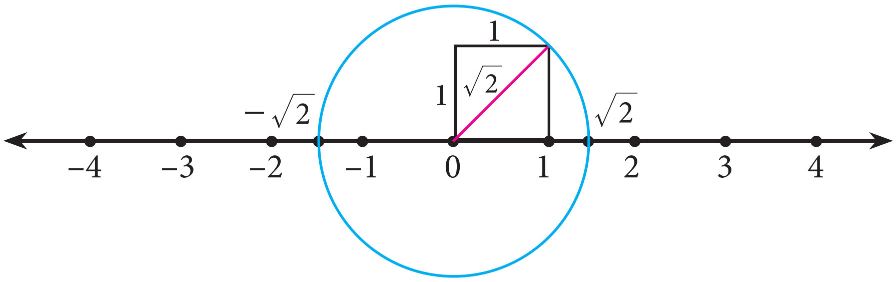
இங்கு a என்பது $a+b$ மற்றும் b இன் வடிவியல் சராசரி ஆகும்.

NCA IAS ACADEMY - 8015577159

2-Real Numbers_TM.indd 48 26-12-2019 13:08:53

www.tntextbooks.in

2.3.1 எண் கோட்டில் விகிதமுறா எண்கள் (Irrational Numbers on the Number Line)



படம் 2.7

விகிதமுறா எண்களுக்குரிய புள்ளிகள் எண் கோட்டில் எங்குள்ளன?

எடுத்துக்காட்டாக, $\sqrt{2}$ ஐ எண் கோட்டில் குறிப்போம். இது எளிது.

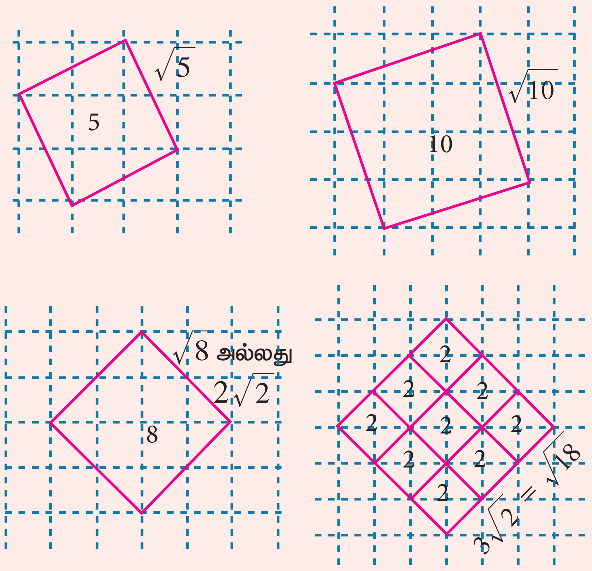
$\sqrt{2}$ என்பது ஓரலகு நீளமுடைய பக்கங்களைக் கொண்ட சதுரத்தின் மூலைவிட்டத்தின் நீளம் என்பதை நினைவில் கொள்க. (எப்படி?) இந்த அளவில் ஓர் எளிய சதுரத்தை வரைந்து அதன் மூலைவிட்டத்தை எண் கோட்டில் குறிக்கும் முறையைக் (படம் 2.7) காணலாம்.

எண் கோட்டில் 0 ஐ மையமாகவும், சதுரத்தின் மூலை விட்டத்தை ஆரமாகவும் கொண்டு ஒரு வட்டம் வரைக. அது எண் கோட்டை இரு புள்ளிகளில் வெட்டும். 0 விற்கு வலப்புறமாக $\sqrt{2}$ வையும் இடப்புறமாக $-\sqrt{2}$ வையும் வெட்டும் புள்ளிகளில் குறிப்பிடவும். ($\sqrt{2}$ ஐக் குறிக்கத் துவங்கி மேலும் $-\sqrt{2}$ ஐயும் குறித்தாகி விட்டது)

இயல் எண்ணில் துவங்கி விகிதமுறு எண்கள் வரை விரிவுபடுத்தி, விகிதமுறா எண்களையும் அறிந்துள்ளோம். இதற்கு மேலும் எண் கோட்டை விரிவுபடுத்தி, வேறு எண்களைக் காண முடியுமா? ஆம். அவற்றை உயர் வகுப்புகளில் கற்கலாம். விகிதமுறு எண்களை முடிவுறு மற்றும் முடிவுறாத் தசம வடிவங்களாகக் குறிப்பது விகிதமுறா எண்களைப் புரிந்துகொள்வதற்கு உதவியாக இருக்கும். நாம் விகிதமுறு எண்களின் தசம வடிவத்தைக் காண்போம்.

வரைபடத் தாளில் சதுரங்களை வரைந்து தேவையான அளவில் விகிதமுறா எண்களை உருவாக்கலாம்.

சில எடுத்துக்காட்டுகள்



2.3.2 விகிதமுறு எண்ணின் தசம வடிவம் (Decimal Representation of a Rational Number)

ஒரு விகிதமுறு எண்ணைப் பின்னமாக எழுதினால், அதன் தசம வடிவை நீள்வகுத்தல் முறையில் பெறலாம். கீழ்க்காணும் எடுத்துக்காட்டுகளில் எப்போதும் மீதி 0 வருவதைக் காணுங்கள்:

NCA IAS ACADEMY - 8015577159

எடுத்துக்காட்டு,

```
     0.875
  8 |7.000
     64
     ----
      60
      56
     ----
       40
       40
     ----
        0
```

$\frac{7}{8} = 0.875$

```
      0.84
  25 |21.00
      200
      ----
       100
       100
      ----
         0
```

$\frac{21}{25} = 0.84$

```
       2.71875
  32 |87.00000
      64
      ------
      230
      224
      ------
        60
        32
      ------
        280
        256
      ------
         240
         224
      ------
          160
          160
      ------
            0
```

$\frac{-87}{32} = -2.71875$

குறிப்பு

இவற்றில் வகுத்தல் செயலானது ஒரு குறிப்பிட்ட எண்ணிக்கையிலான தசம வடிவில் முடிவுறும். இவை முடிவுறு தசம எண்கள் எனப்படும்.

ஒரு விகிதமுறு எண்ணின் தசம விரிவானது முடிவுறாமல் இருக்கலாமா? கீழ்க்காணும் எடுத்துக்காட்டுகள் (பூச்சியமற்ற மீதிகள்) இது தொடர்பான தெளிவை நமக்கு அளிக்கும்.

எடுத்துக்காட்டு 2.2

பின்வருவனவற்றைத் தசமவடிவில் எழுதுக. (i) $\frac{-4}{11}$ (ii) $\frac{11}{75}$

தீர்வு

```
      0.3636....
  11 |4.0000
      33
      ----
       70
       66
      ----
        40
        33
      ----
         70
         66
      ----
          4
          ⋮
```

```
      0.1466...
  75 |11.0000
       7 5
      -----
        350
        300
      -----
         500
         450
      -----
          500
          450
      -----
           50
           ⋮
```

குறிப்பு

இவற்றில் தசம விரிவானது முடிவு பெறவில்லை. மீதிவரும் எண்கள் மீண்டும் மீண்டும் வரும். இவ்வாறு முடிவுறாத ஆனால் சுழல் தன்மையுள்ள எண்கள் கிடைக்கின்றன.

எனவே, $\frac{-4}{11} = -0.\overline{36}$

$\frac{11}{75} = 0.14\overline{6}$

எனவே, ஒரு விகிதமுறு எண்ணானது,

(i) முடிவுறும் தசம விரிவாகவோ அல்லது

(ii) முடிவுறாச் சுழல் தசம விரிவாகவோ இருக்கும்.

இதன் மறுதலையும் உண்மையே. அதாவது, ஓர் எண்ணின் தசம விரிவானது முடிவுற்றோ அல்லது முடிவுறாச் சுழல் தன்மையுடையதாகவோ இருந்தால் அவ்வெண் ஒரு விகிதமுறு எண் ஆகும்.

NCA IAS ACADEMY - 8015577159

2-Real Numbers_TM.indd 50 26-12-2019 13:08:55

2.3.3 தசமங்களின் காலமுறைமை (Period of Decimal)

விகிதமுறு எண்களின் தசமவிரிவில் உள்ள சுழல் தன்மையுடைய இலக்கங்களின் எண்ணிக்கையே அவ்விகிதமுறு எண்ணின் தசமங்களின் கால முறைமை ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டாக,

(i) $\frac{25}{7} = 3.\overline{571428}$

இதன் கால முறைமை $= 6$

(ii) $\frac{27}{110} = 0.2\overline{45}$

இதன் கால முறைமை $= 2$

இயல் எண்களின் தலைகீழிகள் விகிதமுறு எண்களே. அவற்றின் தசம வடிவங்கள் ஆர்வமூட்டுபவை. அவற்றின் முதல் பத்து எண்களைக் காண்போம்.

வ.எண்	தலைகீழி	தசம எண்ணின் தன்மை
1	$\frac{1}{1} = 1.0$	முடிவுறும்
2	$\frac{1}{2} = 0.5$	முடிவுறும்
3	$\frac{1}{3} = 0.\overline{3}$	முடிவுறாச் சுழல்
4	$\frac{1}{4} = 0.25$	முடிவுறும்
5	$\frac{1}{5} = 0.2$	முடிவுறும்
6	$\frac{1}{6} = 0.1\overline{6}$	முடிவுறாச் சுழல்
7	$\frac{1}{7} = 0.\overline{142857}$	முடிவுறாச் சுழல்
8	$\frac{1}{8} = 0.125$	முடிவுறும்
9	$\frac{1}{9} = 0.\overline{1}$	முடிவுறாச் சுழல்
10	$\frac{1}{10} = 0.1$	முடிவுறும்

எடுத்துக்காட்டு 2.3

$\frac{1}{3}$ இன் சுழல் தசம விரிவைப் பயன்படுத்தி $\frac{1}{27}$ என்ற விகிதமுறு எண்ணின் சுழல் தன்மையுள்ள தசம விரிவைக் காண்க. இதைப் பயன்படுத்தி $\frac{59}{27}$ இன் சுழல் தசம விரிவைக் காண்க.

தீர்வு

$$\frac{1}{3} = 0.\overline{3}$$

$$\frac{1}{27} = \frac{1}{9} \times \frac{1}{3}$$

$$= \frac{1}{9} \times 0.333... = 0.037037... = 0.\overline{037}$$

$$\frac{59}{27} = 2\frac{5}{27} = 2 + \frac{5}{27} = 2 + \left(5 \times \frac{1}{27}\right)$$

$$= 2 + (5 \times 0.\overline{037}) = 2 + (5 \times 0.037037037...)$$

$$= 2 + 0.185185... = 2.185185... = 2.\overline{185}$$

2.3.4 முடிவுறு தசம எண்களை விகிதமுறு எண்களாக மாற்றுதல் (Conversion of Terminating Decimals into Rational Numbers)

முடிவுறு தசம எண்ணான 2.945ஐ விகிதமுறு எண்ணாகப் பின்ன வடிவத்தில் மாற்ற முயல்வோம்.

$$2.945 = 2 + 0.945 = 2 + \frac{9}{10} + \frac{4}{100} + \frac{5}{1000}$$

$$= 2 + \frac{900}{1000} + \frac{40}{1000} + \frac{5}{1000}$$ (பகுதியைப் பொதுவானதாக்குக)

$$= 2 + \frac{945}{1000} = \frac{2945}{1000}$$ அல்லது $\frac{589}{200}$

(மேற்காணும் கணக்கில் நேரடியாக $2.945 = \frac{2945}{1000}$ என எழுத இயலுமா?)

NCA IAS ACADEMY - 8015577159

எடுத்துக்காட்டு 2.4 கீழ்க்காணும் தசம எண்களை $\frac{p}{q}$ (p மற்றும் q முழுக்களாகும் மற்றும் $q \neq 0$) என்ற வடிவில் மாற்றுக:

(i) 0.35 (ii) 2.176 (iii) – 0.0028

தீர்வு

(i) $0.35 = \frac{35}{100} = \frac{7}{20}$ (ii) $2.176 = \frac{2176}{1000} = \frac{272}{125}$

(iii) $-0.0028 = \frac{-28}{10000} = \frac{-7}{2500}$

2.3.5 முடிவுறாச் சுழல் தசம எண்ணை விகிதமுறு எண்களாக மாற்றுதல் (Conversion of Non-terminating and recurring decimals into Rational Numbers)

முடிவுறு தசம எண்ணைக் கையாளுவது எளிது. 2.4ஐப் போன்ற தசம எண் வரும்போது அதில் உள்ள தசமப் புள்ளியை நீக்க அந்த எண்ணை 10ஆல் வகுக்க வேண்டும். அதாவது, $2.4 = \frac{24}{10}$, இதைச் சுருக்கினால் $\frac{12}{5}$ கிடைக்கும். ஆனால், அதே தசம எண் $2.\overline{4}$, என இருந்தால், இங்கு எண்ணற்ற "4" வருவதால் பின்னத்தின் பகுதியில் எண்ணற்ற பூச்சியங்கள் வரும். எடுத்துக்காட்டாக,

$$2.4 = 2 + \frac{4}{10}$$
$$2.44 = 2 + \frac{4}{10} + \frac{4}{100}$$
$$2.444 = 2 + \frac{4}{10} + \frac{4}{100} + \frac{4}{1000}$$
$$\vdots$$

எண்ணற்ற "4" களைக் கொண்டு இக்கணக்கைக் கையாளுவது கடினம். இவ்வாறு எண்ணற்ற முடிவுறாத் தொடர்கள் வருவதிலிருந்து எவ்வகையிலாவது நாம் விடுபட வேண்டும். இத்தொடரிலிருந்து ஒன்று, இரண்டு, மூன்று அல்லது நான்கு உறுப்புகளை நீக்கினாலும் அத்தொடரோ, அதன் மதிப்போ மாறாது. அதே முடிவுறாத் தொடராக அது அமையும்.

$x = 2.\overline{4}$ ...(1)

$10x = 24.\overline{4}$ ...(2) [இதை 10 ஆல் பெருக்கும்போது தசமப் புள்ளி ஓர் இலக்கம் வலப்பக்கம் நகர்ந்தாலும் இன்னமும் 4 என்ற எண் முடிவுறா எண்ணிக்கையில் உள்ளது).

(2) இலிருந்து (1) ஐக் கழிக்க,

$9x = 24.\overline{4} - 2.\overline{4} = 22$ (முடிவுறா 4 இலிருந்து முடிவுறா 4 ஐக் கழிக்க)

$9x = 22$ ($24 - 2 = 22$)

$x = \frac{22}{9}$ தேவையான மதிப்பு ஆகும்.

இதே முறையைப் பின்பற்றி எந்த ஒரு முடிவுறாச் சுழல் தசம விரிவையும் பின்னமாக மாற்றலாம்.

NCA IAS ACADEMY - 8015577159

எடுத்துக்காட்டு 2.5 கீழ்க்காணும் தசம எண்களை $\frac{p}{q}\,(p,q \in Z$ மற்றும் $q \neq 0)$ வடிவில் மாற்றுக.

(i) $0.\overline{3}$ (ii) $2.\overline{124}$ (iii) $0.4\overline{5}$ (iv) $0.5\overline{68}$

தீர்வு

(i) $x = 0.\overline{3} = 0.3333\ldots$ என்க (1)

(இங்கு கால முறைமை = 1 எனவே, (1) ஐ 10 ஆல் பெருக்குக)

$10\,x = 3.3333\ldots$ (2)

$(2)-(1)$: $9\,x = 3$ அல்லது $x = \frac{1}{3}$

(ii) $x = 2.\overline{124} = 2.124124124\ldots$ (1)

(இங்கு தசமங்களின் கால முறைமை 3 தசம புள்ளிக்கு அடுத்துள்ள மூன்று இலக்கங்களைக் குறிக்கும். எனவே (1) ஐ 1000–ஆல் பெருக்குக.)

$1000\,x = 2124.124124124\ldots$ (2)

$(2)-(1)$: $999\,x = 2122$ $x = \frac{2122}{999}$

(iii) $x = 0.4\overline{5} = 0.45555\ldots$ (1)

(இங்கு (1) ஐ 10–ஆல் பெருக்குக.)

$10\,x = 4.5555\ldots$ (2)

(இங்கு தசமங்களின் கால முறைமை 1, எனவே (2) ஐ 10 ஆல் பெருக்குக.)

$100\,x = 45.5555\ldots$ (3)

$(3)-(2)$: $90\,x = 41$ மற்றும் $x = \frac{41}{90}$

(iv) $x = 0.5\overline{68} = 0.5686868\ldots$ (1)

(இங்கு (1) ஐ 10–ஆல் பெருக்குக.)

$10\,x = 5.686868\ldots$ (2)

(இங்கு தசமங்களின் கால முறைமை 2, எனவே (2) ஐ 100–ஆல் பெருக்குக.)

$1000\,x = 568.686868\ldots$ (3)

$(3)-(2)$: $990\,x = 563$ அல்லது $x = \frac{563}{990}$.

NCA IAS ACADEMY - 8015577159

குறிப்பு

(i) ஒரு விகிதமுறு எண்ணின் தசம வடிவம் முடிவுறு தசம விரிவா அல்லது முடிவுறா தசம விரிவா என்பதைக் கீழ்க்காணும் விதியைப் பயன்படுத்தி அறியலாம்.

(ii) ஒரு விகிதமுறு எண் $\frac{p}{q}$, $q \neq 0$ ஐ $\frac{p}{2^m \times 5^n}$ என்ற வடிவில் எழுத இயலும், இங்கு $p \in \mathbb{Z}$ மற்றும் $m, n \in \mathbb{W}$, எனில் கொடுக்கப்பட்ட விகிதமுறு எண் முடிவுறு தசம எண்ணாக இருக்கும். அவ்வடிவில் எழுத இயலவில்லை எனில் அது முடிவுறாச் சுழல் தன்மையுடைய தசம விரிவாக அமையும்.

எடுத்துக்காட்டு 2.6

வகுத்தல் முறையைப் பயன்படுத்தாமல் கீழ்க்காணும் எண்களின் தசம விரிவு முடிவுறு அல்லது முடிவுறாச் சுழல் தன்மையுடையன என வகைப்படுத்துக:

(i) $\frac{13}{64}$ (ii) $\frac{-71}{125}$ (iii) $\frac{43}{375}$ (iv) $\frac{31}{400}$

தீர்வு

(i) $\frac{13}{64} = \frac{13}{2^6}$ எனவே, $\frac{13}{64}$ என்பது முடிவுறு தசம விரிவைப் பெற்றிருக்கும்.

(ii) $\frac{-71}{125} = \frac{-71}{5^3}$ எனவே, $\frac{-71}{125}$ என்பது முடிவுறு தசம விரிவைப் பெற்றிருக்கும்..

(iii) $\frac{43}{375} = \frac{43}{3^1 \times 5^3}$ எனவே, $\frac{43}{375}$ என்பது முடிவுறாச் சுழல் தசம விரிவைப் பெற்றிருக்கும்.

(iv) $\frac{31}{400} = \frac{31}{2^4 \times 5^2}$ எனவே, $\frac{31}{400}$ என்பது முடிவுறு தசம விரிவைப் பெற்றிருக்கும்..

எடுத்துக்காட்டு 2.7

சரிபார்க்க $1 = 0.\overline{9}$

தீர்வு

$x = 0.\overline{9} = 0.99999\ldots$ (1)

(சமன்பாடு (1) ஐ 10 ஆல் பெருக்க)

$10\,x = 9.99999\ldots$ (2)

(2) இலிருந்து (1) ஐக் கழிக்கவும்

$9x = 9$ அல்லது $x = 1$

$0.\overline{9} = 1$

$1 = 0.9999\ldots$

$7 = 6.9999\ldots$

$3.7 = 3.6999\ldots$

இவ்வடிவத்திலிருந்து, எந்தவொரு முடிவுறு தசம விரிவையும் முடிவுறாத் தசம விரிவாக "9" களின் தொகுப்புகளாக எழுத இயலும் என்பதை அறியலாம்.

NCA IAS ACADEMY - 8015577159

2-Real Numbers_TM.indd 54 26-12-2019 13:09:08

பயிற்சி 2.2

1. கீழ்க்காணும் விகிதமுறு எண்களைத் தசம எண்ணாக மாற்றி அது எவ்வகைத் தசம விரிவு என்பதையும் கூறுக:

   (i) $\frac{2}{7}$ (ii) $-5\frac{3}{11}$ (iii) $\frac{22}{3}$ (iv) $\frac{327}{200}$

2. $\frac{1}{13}$ ஐத் தசம வடிவில் எழுதுக. அதன் தசம எண்ணின் காலமுறைமையைக் காண்க?

3. $\frac{1}{11}$ இன் தசம விரிவைப் பயன்படுத்தி $\frac{1}{33}$ இன் சுழல் தசம விரிவைக் காண்க. இதிலிருந்து $\frac{71}{33}$ தசம விரிவைத் தருவிக்க.

4. கீழ்க்காணும் தசம விரிவுகளை விகிதமுறு எண்ணாக எழுதுக?

   (i) $0.\overline{24}$ (ii) $2.\overline{327}$ (iii) -5.132

   (iv) $3.1\overline{7}$ (v) $17.2\overline{15}$ (vi) $-21.213\overline{7}$

5. வகுத்தல் முறையைப் பயன்படுத்தாமல், பின்வருவனவற்றுள் எவை முடிவுறு தசம விரிவைப் பெற்றிருக்கும் எனக் கண்டுபிடிக்க.

   (i) $\frac{7}{128}$ (ii) $\frac{21}{15}$ (iii) $4\frac{9}{35}$ (iv) $\frac{219}{2200}$

2.3.6 தசம விரிவுகளைக் கொண்டு விகிதமுறா எண்களை அடையாளம் காணுதல் (Decimal Representation to Identify Irrational Numbers)

விகிதமுறா எண்களைத் தசம வடிவில் எழுதும்போது அவை முடிவுறாமலும், சுழல் தன்மை இல்லாமலும் இருப்பதை நாம் காணலாம். எடுத்துக்காட்டாக, π இன் தசம விரிவானது 3.14159265358979… எனத் தொடங்கி, சுழல் தன்மையற்றதாகவும், π இன் மதிப்பைத் துல்லியமாகக் கூற முடியாததாகவும் உள்ளது.

கீழ்க்காணும் தசம விரிவுகளை எடுத்துக்கொள்வோம்.

(i) 0.10110011100011111… (ii) 3.012012120121212…

(iii) 12.230223300222333000… (iv) $\sqrt{2}$ = 1.4142135624…

மேற்காணும் தசம விரிவுகள் முடிவுறு தன்மையுடையதா அல்லது முடிவுறா மற்றும் சுழல் தன்மையுடையதா? இல்லை… அவை முடிவுறவுமில்லை, முடிவுறா சுழல் தன்மை உடையனவுமில்லை. எனவே, அவை விகிதமுறு எண்கள் அல்ல. அவற்றை $\frac{p}{q}$, ($p, q, \in \mathbb{Z}$ மேலும் $q \neq 0$) வடிவில் எழுத இயலாது. அவை விகிதமுறா எண்களாகும்.

முடிவுறா மற்றும் சுழல் தன்மையற்ற தசம விரிவைப் பெற்றிருக்கும் எண்கள் விகிதமுறா எண்கள் ஆகும்

NCA IAS ACADEMY - 8015577159

எடுத்துக்காட்டு 2.8

$\sqrt{3}$ இன் தசம விரிவைக் காண்க.

தீர்வு

	$1.7320508\ldots$
1	$3.00,00,00,00,00,\ldots$
	1
27	200
	189
343	1100
	1029
3462	7100
	6924
346405	1760000
	1732025
34641008	279750000
	277128064
	2621936

$\sqrt{2} = 1.414$, $\sqrt{3} = 1.732$, $\pi = 3.141$, போன்றவற்றை அடிக்கடிப் பயன்படுத்துவோம். அவை தோராயமான மதிப்பே, துல்லியமான மதிப்பல்ல. π இன் மதிப்பை $\frac{22}{7}$ $(3.\overline{142857})$ என நாம் அடிக்கடி அதன் மதிப்பாகப் பயன்படுத்துகிறோம். உண்மையில் அவை தோராயமான மதிப்பேயாகும். ஏனெனில் விகிதமுறா எண்களின் தசம விரிவானது முடிவுறா மற்றும் சுழல் தன்மையற்றது. அவற்றுக்குத் துல்லியமான மதிப்பு இல்லை.

எனவே, நீள் வகுத்தல் முறைப்படி, $\sqrt{3} = 1.7320508\ldots$

மேலும் முழு வர்க்கமற்ற மிகை எண்களின் வர்க்கமூலம் அனைத்தும் விகிதமுறா எண்கள் எனக் கண்டறியப்பட்டுள்ளது. $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{6}, \sqrt{7}, \ldots$ அனைத்தும் விதிமுறா எண்களே.

எடுத்துக்காட்டு 2.9

கீழுள்ளவற்றை விகிதமுறு அல்லது விகிதமுறா எண்களாக வகைப்படுத்துக.

(i) $\sqrt{10}$ (ii) $\sqrt{49}$ (iii) 0.025 (iv) $0.7\overline{6}$ (v) $2.505500555\ldots$ (vi) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

தீர்வு

(i) $\sqrt{10}$ ஒரு விகிதமுறா எண் (ஏனெனில் 10 ஒரு முழுவர்க்க எண் அல்ல).

(ii) $\sqrt{49} = 7 = \frac{7}{1}$, ஒரு விகிதமுறு எண் (49 ஒரு முழு வர்க்க எண்).

(iii) 0.025 ஒரு விகிதமுறு எண் (இது ஒரு முடிவுறு தசம எண்).

(iv) $0.7\overline{6} = 0.7666\ldots.$ ஒரு விகிதமுறு எண் (இது ஒரு முடிவுறாச் சுழல் தசம எண்).

(v) $2.505500555\ldots.$ ஒரு விகிதமுறா எண் (இது முடிவுறாச் சுழல் தன்மையற்ற தசம எண்)

(vi) $\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ ஒரு விகிதமுறா எண் (2 ஒரு முழு வர்க்க எண் அல்ல).

எடுத்துக்காட்டு 2.10

0.12 மற்றும் 0.13 என்ற எண்களுக்கு இடையே எவையேனும் மூன்று விகிதமுறா எண்களைக் காண்க.

தீர்வு

0.12, 0.13 என்ற எண்களுக்கு இடையே உள்ள 3 விகிதமுறா எண்கள் $0.12010010001\ldots$, $0.12040040004\ldots$, $0.12070070007\ldots$

குறிப்பு

எடுத்துக்காட்டு 2.9, (vi) இல் உள்ள முடிவைத் தவறுதலாக $\frac{p}{q}$ வடிவமாகக் கருதக்கூடாது. ஏனெனில் p மற்றும் q இரண்டும் முழுக்களாக இருக்க வேண்டுமேயொழிய விகிதமுறா எண்களாக இருக்கக்கூடாது.

NCA IAS ACADEMY - 8015577159

2-Real Numbers_TM.indd 56 26-12-2019 13:09:12

குறிப்பு

நினைவில் வைத்திருக்க வேண்டிய ஒரு முக்கிய முடிவினை (மெய்ப்பின்றி) நாம் காண்போம்.

'a' ஒரு விகிதமுறு எண் மற்றும் $\sqrt{b}$ ஒரு விகிதமுறா எண் எனில், கீழ்க்காணும் அனைத்தும் விகிதமுறா எண்களே:

(i) $a+\sqrt{b}$; (ii) $a-\sqrt{b}$; (iii) $a\sqrt{b}$; (iv) $\frac{a}{\sqrt{b}}$; (v) $\frac{\sqrt{b}}{a}$.

எடுத்துக்காட்டாக, விகிதமுறு எண் 4 மற்றும் விகிதமுறா எண் $\sqrt{5}$ ஐ எடுத்துக்கொண்டால்

$4+\sqrt{5}$, $4-\sqrt{5}$, $4\sqrt{5}$, $\frac{4}{\sqrt{5}}$, $\frac{\sqrt{5}}{4}$ --- இவை எல்லாம் விகிதமுறா எண்களே.

எடுத்துக்காட்டு 2.11

0.5151151115, மற்றும் 0.5353353335... என்ற எண்களுக்கு இடையே எவையேனும் இரு விகிதமுறு எண்களைக் காண்க.

தீர்வு

கொடுக்கப்பட்ட விகிதமுறா எண்களுக்கிடையே உள்ள இரு விகிதமுறு எண்கள் 0.5152 மற்றும் 0.5352 ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 2.12

கீழ்க்கண்டவற்றுள் x மற்றும் y விகிதமுறு எண்களா அல்லது விகிதமுறா எண்களா எனக் காண்க.

(i) $a=2+\sqrt{3}$, $b=2-\sqrt{3}$; $x=a+b$, $y=a-b$

(ii) $a=\sqrt{2}+7$, $b=\sqrt{2}-7$; $x=a+b$, $y=a-b$

(iii) $a=\sqrt{75}$, $b=\sqrt{3}$; $x=ab$, $y=\frac{a}{b}$

(iv) $a=\sqrt{18}$, $b=\sqrt{3}$; $x=ab$, $y=\frac{a}{b}$

தீர்வு

(i) $a=2+\sqrt{3}, b=2-\sqrt{3}$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

$x=a+b=(2+\sqrt{3})+(2-\sqrt{3})=4$, ஒரு விகிதமுறு எண்.

$y=a-b=(2+\sqrt{3})-(2-\sqrt{3})=2\sqrt{3}$ ஒரு விகிதமுறா எண்.

(ii) $a=\sqrt{2}+7$, $b=\sqrt{2}-7$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

$x=a+b=(\sqrt{2}+7)+(\sqrt{2}-7)=2\sqrt{2}$ ஒரு விகிதமுறா எண்.

$y=a-b=(\sqrt{2}+7)-(\sqrt{2}-7)=14$ ஒரு விகிதமுறு எண்.

(iii) $a=\sqrt{75}$, $b=\sqrt{3}$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

$x=ab=\sqrt{75}\times\sqrt{3}=\sqrt{75\times3}=\sqrt{5\times5\times3\times3}=5\times3=15$ ஒரு விகிதமுறு எண்.

$y=\frac{a}{b}=\frac{\sqrt{75}}{\sqrt{3}}=\sqrt{\frac{75}{3}}=\sqrt{25}=5$ ஒரு விகிதமுறு எண்.

NCA IAS ACADEMY - 8015577159

2-Real Numbers_TM.indd 57 26-12-2019 13:09:14

(iv) $a = \sqrt{18}, \quad b = \sqrt{3}$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

$x = ab = \sqrt{18} \times \sqrt{3} = \sqrt{18 \times 3} = \sqrt{6 \times 3 \times 3} = 3\sqrt{6}$ ஒரு விகிதமுறா எண்.

$y = \frac{a}{b} = \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{18}{3}} = \sqrt{6}$ ஒரு விகிதமுறா எண்.

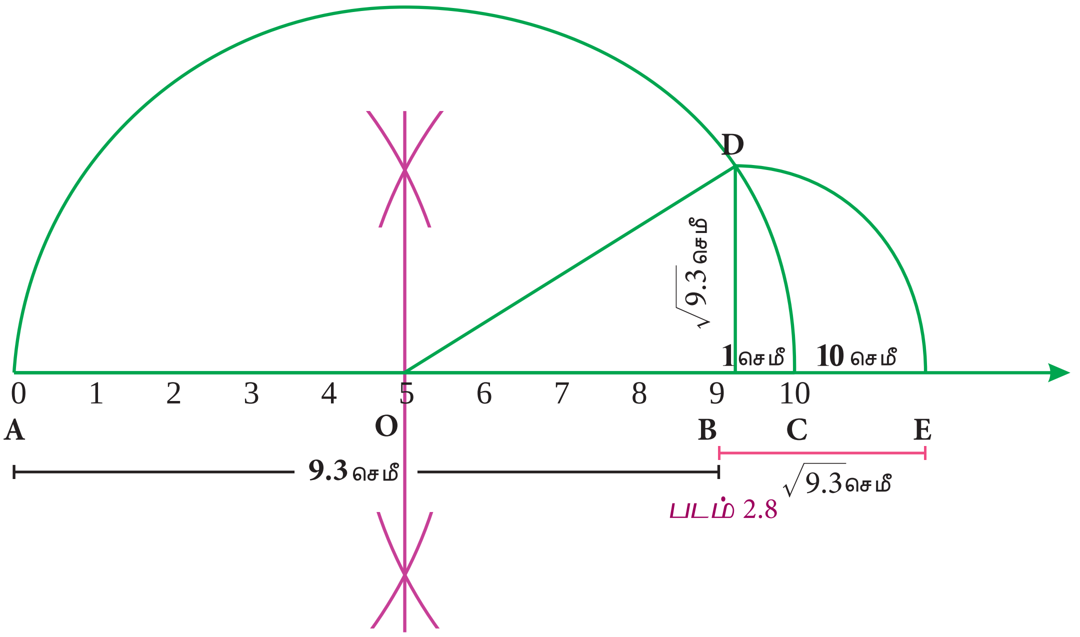
குறிப்பு

மேற்குறிப்பிட்ட எடுத்துக்காட்டுகளிலிருந்து இரு விகிதமுறா எண்களின் கூடுதல், கழித்தல், பெருக்கல், வகுத்தல் ஆகியன ஒரு விகிதமுறு எண்ணாகவோ அல்லது விகிதமுறா எண்ணாகவோ இருக்கலாம் என்பது தெளிவாகிறது.

எடுத்துக்காட்டு 2.13 $\sqrt{9.3}$ ஐ எண் கோட்டில் குறிக்கவும்.

தீர்வு

- ஒரு நேர்க்கோடு வரைந்து அதில் A என்ற புள்ளியைக் குறிக்கவும்.
- $AB = 9.3$ செமீ எனக் கொண்டு B என்ற புள்ளியைக் குறிக்கவும்.
- $BC = 1$ செமீ என்ற அலகுக்கு ஒரு கோடு வரைந்து அதை 'C' எனக் குறிக்கவும்.
- AC –க்கு மையக் குத்துக்கோடு வரைந்து அதன் மையப் புள்ளியை O எனக் குறிக்கவும்.
- O ஐ மையமாகவும் $OC = OA$ ஐ ஆரமாகவும் கொண்டு அரை வட்டம் வரையவும்.
- AB –க்குச் செங்குத்தாக B இல் BD என்ற கோடு வரையவும்.
- இப்போது, $BD = \sqrt{9.3}$ இதை எண்கோட்டில் $BE = BD = \sqrt{9.3}$ எனக் குறிக்கலாம்.



படம் 2.8

NCA IAS ACADEMY - 8015577159

பயிற்சி 2.3

1. கீழ்க்காணும் விகிதமுறா எண்களை எண் கோட்டில் குறிக்கவும்.

   (i) $\sqrt{3}$ (ii) $\sqrt{4.7}$ (iii) $\sqrt{6.5}$

2. கீழ்க்காணும் எண்களுக்கு இடையே உள்ள எவையேனும் இரு விகிதமுறா எண்களைக் காண்க.

   (i) 0.3010011000111… மற்றும் 0.3020020002…

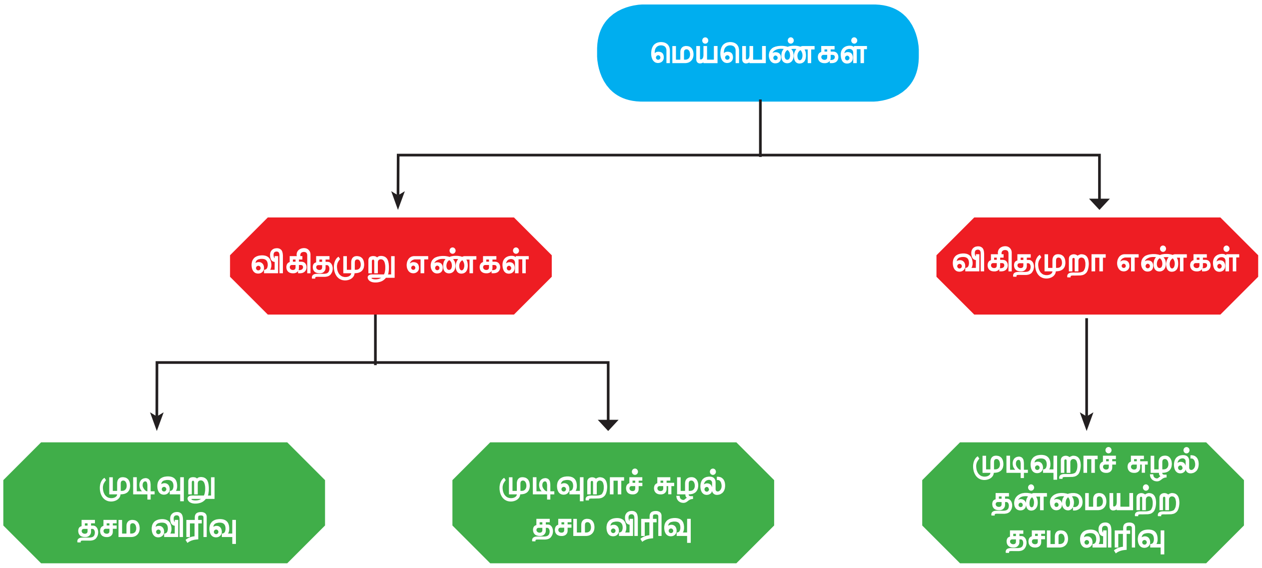
   (ii) $\frac{6}{7}$ மற்றும் $\frac{12}{13}$ (iii) $\sqrt{2}$ மற்றும் $\sqrt{3}$

3. 2.2360679… மற்றும் 2.236505500… இவ்வெண்களுக்கிடையே உள்ள எவையேனும் இரு விகிதமுறு எண்களைக் காண்க.

2.4 மெய்யெண்கள் (Real Numbers)

அனைத்து விகிதமுறு மற்றும் விகிதமுறா எண்களையும் உள்ளடக்கியது மெய்யெண்கள் ஆகும்.

மெய்யெண்களை நாம் மெய்எண் கோட்டில் (முடிவுறா மிகப் பெரிய எண் கோடு) உள்ள புள்ளிகளாகக் கருதலாம். இதில் முழுக்களுக்கு உரிய புள்ளிகள் அனைத்தும் மிகச் சீரான இடைவெளியுடன் இருக்கும்.



எந்தவொரு மெய்யெண்களையும் அதன் முடிவுறாத் தசம விரிவினைக் கொண்டு நாம் அடையாளம் காணலாம். [விகிதமுறு மற்றும் விகிதமுறா எண்களின் தசம விரிவினைப் பற்றி நாம் முன்னரே அறிந்துள்ளோம்.]

2.4.1 மெய்யெண் கோடு (The Real Number Line)

தொடர் உருப்பெருக்க முறையைப் பயன்படுத்திக் காணுதல்.

எண் கோட்டில் உள்ள எண்களை நாம் உருப்பெருக்கக் கண்ணாடியில் காண்பதைப் போலக் காணலாம்.

NCA IAS ACADEMY - 8015577159

2-Real Numbers_TM.indd 59 26-12-2019 13:09:16

எடுத்துக்காட்டு 2.14 4.863 ஐ எண் கோட்டில் குறிக்கவும்..

தீர்வு

4.863 என்பது 4 , 5 என்ற எண்களுக்கு இடையே உள்ளது.(படம். 2.9)

(i) 4 , 5 என்ற எண்களுக்கு இடையே உள்ள பகுதியை 10 சமபாகங்களாகப் பிரிக்கவும்.

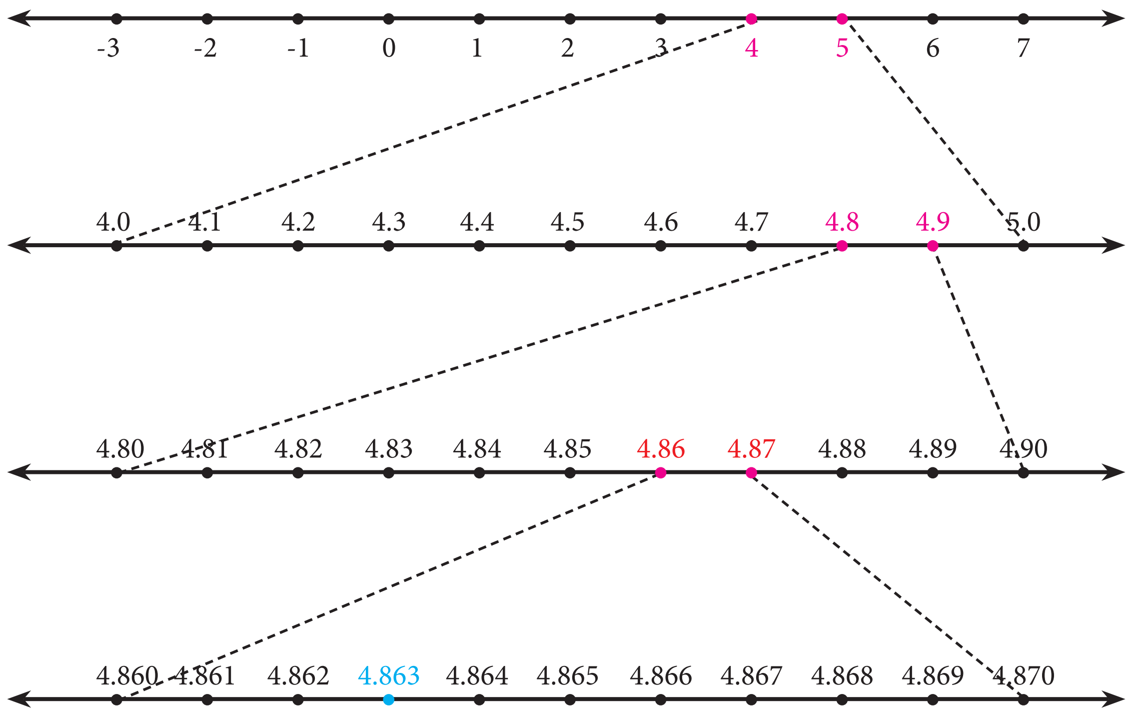
(ii) 4 இலிருந்து வலப்புறமாக எட்டாவது பிரிவை அல்லது 5 இலிருந்து இடப்புறமாக இரண்டாவது பிரிவை 4.8 என்ற புள்ளியாகக் குறிக்கவும்.

(iii) 4.86 என்பது 4.8 , 4.9 என்ற எண்களுக்கு இடையே இருக்கும். இவற்றுக்கிடையே உள்ள தூரத்தை 10 சம பாகங்களாகப் பிரிக்கவும்.

(iv) 4.8 –க்கு வலப்புறமாக 6 ஆவது அல்லது 4.9 –க்கு இடப்புறமாக 4 ஆவது பிரிவை 4.86 எனக் குறிக்கவும்.

(v) 4.863 என்பது 4.86, 4.87 என்ற எண்களுக்கு இடையே அமையும். இவற்றுக்கிடையே உள்ள பகுதியை 10 சம பாகங்களாகப் பிரிக்கவும்.

(vi) 4.86 இலிருந்து வலப்புறமாக 3 ஆவது அல்லது 4.87 இலிருந்து இடப்புறமாக 7 ஆவது பிரிவை 4.863 எனக் குறிக்கவும்.



படம் 2.9

NCA IAS ACADEMY - 8015577159

2-Real Numbers_TM.indd 60 26-12-2019 13:09:16

எடுத்துக்காட்டு 2.15 $3.\overline{45}$ ஐ 4 தசம இடத் திருத்தமாக எண் கோட்டில் குறிக்கவும்..

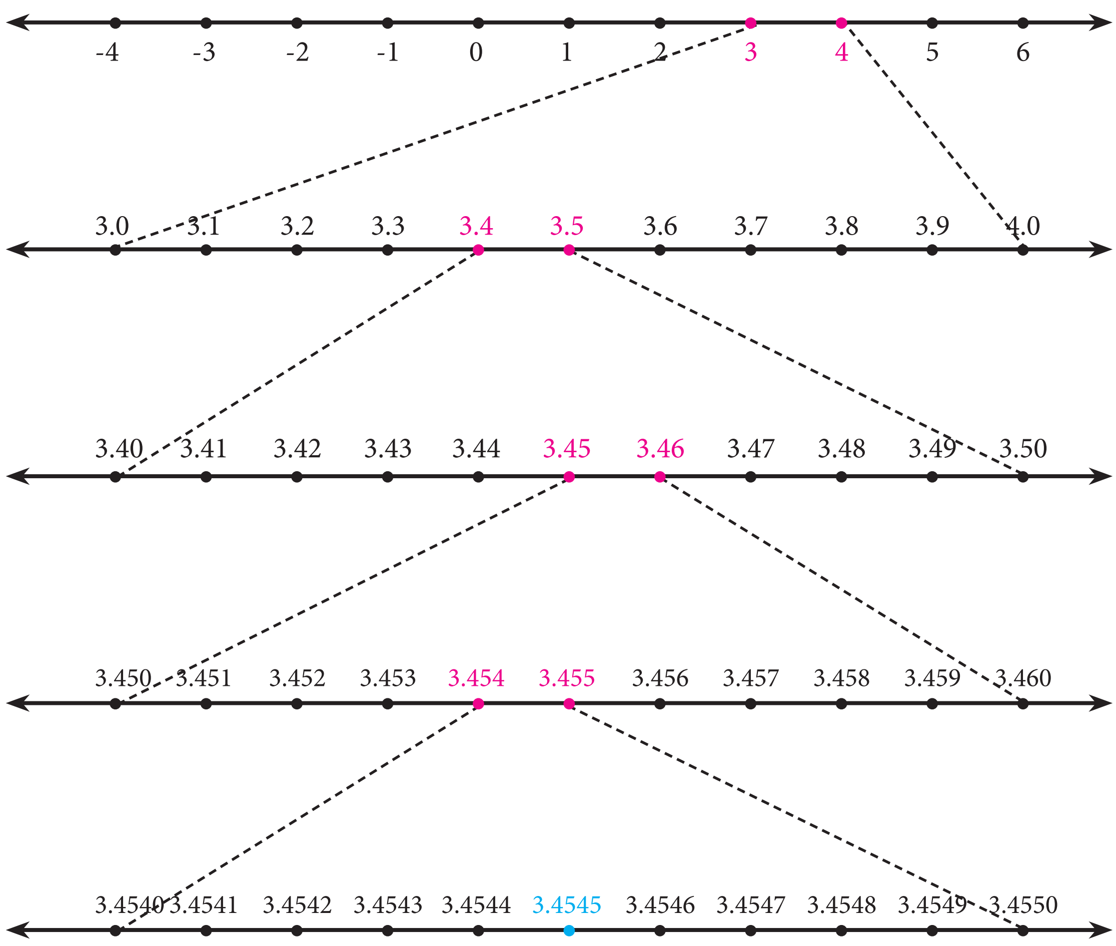
தீர்வு

$3.\overline{45}$ = 3.45454545…..

= 3.4545 (4 தசம இடத் திருத்தமாக).

இது 3 மற்றும் 4 என்ற எண்களுக்கு இடையில் அமையும்.

CIH4IH



படம் 2.10

பயிற்சி 2.4

1. கீழ்க்காணும் எண்களை எண் கோட்டில் குறிக்கவும்.

(i) 5.348 (ii) $6.\overline{4}$ ஐ 3 தசம இடத் திருத்தமாக (iii) $4.\overline{73}$ ஐ 4 தசம இடத் திருத்தமாக.

NCA IAS ACADEMY - 8015577159

2.5 மூலக்குறியீடு (Radical Notation)

n ஒரு மிகை முழு மற்றும் r ஒரு மெய்யெண் என்க. $r^n = x$ எனில், r என்பது x இன் n ஆவது மூலம் என அழைக்கப்படுகிறது.

இதை நாம், $\sqrt[n]{x} = r$ என எழுதுகிறோம். இங்கே, $\sqrt[n]{\ }$ என்பது மூலக்குறியீடு (radical) எனவும்; n என்பது மூலத்தின் வரிசை (index) எனவும் (இதுவரை அடுக்கு என நாம் இதனை அழைத்தோம்) மற்றும் x என்பது மூல அடிமானம் (radicand) எனவும் அழைக்கப்படுகின்றன.

குறிப்பு

'வர்க்கமூலம்' மற்றும் 'கனமூலம்' என்பவற்றின் கருத்துகளைப் புரிந்துகொள்வதற்குப் பயனுள்ள வகையில் சற்றுக் கூடுதல் நேரம் ஒதுக்கினால் முறுடுகளை நன்கு புரிந்துகொள்ளலாம்.

$n = 2$ எனில், என்ன நிகழும்? $r^2 = x$ ஆகும், எனவே, $r = \sqrt[2]{x}$, இப்பொழுது x இன் வர்க்கமூலத்தை நினைவு கூர்வோம். அதாவது r என்பது x இன் வர்க்கமூலம் ஆகும். எடுத்துக்காட்டாக, $\sqrt[2]{16}$ என்பதை $\sqrt{16}$ என எழுதலாம்.

மேலும் $n = 3$ எனில், நாம் x இன் கனமூலத்தை $\sqrt[3]{x}$ எனப் பெறுகிறோம். எடுத்துக்காட்டாக, $\sqrt[3]{8}$ ஆனது 8இன் கனமூலமான 2 ஐத் தருகிறது. ($8 = 2^3$ என்பது சரிதானே?)

4 என்ற எண்ணுக்கு எத்தனை வர்க்க மூலங்கள் உள்ளன? $(+2)\times(+2) = 4$ மற்றும் $(-2)\times(-2) = 4$ எனவே, $+2$ மற்றும் -2 இரண்டுமே 4இன் வர்க்கமூலங்கள் எனலாம். ஆனால், $\sqrt{4} = \pm 2$ என எழுதுவது தவறு. ஏனெனில், n என்பது இரட்டை எண்ணாக இருக்கும் போது $\sqrt[n]{x}$ ஆவது மிகை மூலத்தைக் குறிப்பிட n என்ற குறியீடும், n ஆவது குறை மூலத்தைக் குறிப்பிட $-\sqrt[n]{x}$ என்ற குறியீடுமே ஏற்றுக் கொள்ளப்பட்ட வழிமுறை ஆகும். எனவே, $\sqrt{4} = 2$ மற்றும் $-\sqrt{4} = -2$ என்றவாறு நாம் எழுத வேண்டும். n என்பது ஒற்றை எண்ணாக இருக்கும் போது, x இன் அனைத்து மதிப்பிற்கும், சரியாக ஒரேயொரு n ஆவது மெய் மூலம் மட்டுமே இருக்கும். எடுத்துக்காட்டாக, $\sqrt[3]{8} = 2$ மற்றும் $\sqrt[5]{-32} = -2$.

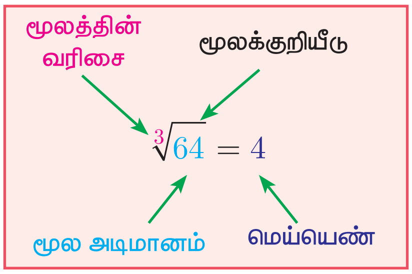
சிந்தனைக் களம்

கீழ்க்காண்பவற்றுள் எது தவறு?

1. 9 இன் வர்க்கமூலம் 3 அல்லது -3
2. $\sqrt{9} = 3$
3. $-\sqrt{9} = -3$
4. $\sqrt{9} = \pm 3$

2.5.1 பின்ன அடுக்கு (Fractional Index)

மீண்டும் $r = \sqrt[n]{x}$ என்ற வடிவத்தின் முடிவுகளை எடுத்துக் கொள்வோம். அருகிலுள்ள குறியீட்டில் மூலத்தின் வரிசையானது (இங்கு, $n = 3$) எத்தனை முறை விடையைப் (இங்கு 4) பெருக்கினால் மூல அடிமானம் கிடைக்கும் என்பதைத் தெரிவிக்கிறது.



அடுக்குகளையும், மூலங்களையும் குறிப்பிடுவதற்கு நம்மிடம் மேலும் ஒரு வழி உள்ளது. அது அடுக்கில் பின்னத்தைக் குறிப்பிடுதல். அதாவது, $\sqrt[n]{x}$ என்பதை $x^{\frac{1}{n}}$ (பின்ன அடுக்கு) என எழுதலாம்.

NCA IAS ACADEMY - 8015577159

2-Real Numbers_TM.indd 62 26-12-2019 13:09:18

எடுத்துக்காட்டாக, $\sqrt[3]{64} = 64^{\frac{1}{3}}$ மற்றும் $\sqrt{25} = 25^{\frac{1}{2}}$.

சில விகிதமுறா மூலங்களின் அடுக்குக்குறி வடிவம், படிக்கும் முறை, மூலக்குறியீடு , பின்ன அடுக்கு வடிவம் ஆகியவை பின்வரும் அட்டவணையில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன:

அடுக்குக்குறி வடிவம்	மூலக்குறியீடு	பின்ன அடுக்கு வடிவம்	பொதுவாக நாம் படிக்கும் முறை
$2^6 = 64$	$2 = \sqrt[6]{64}$	$2 = 64^{\frac{1}{6}}$	2 என்பது 64இன் 6ஆவது மூலம்
$2^5 = 32$	$2 = \sqrt[5]{32}$	$2 = 32^{\frac{1}{5}}$	2 என்பது 32இன் 5ஆவது மூலம்
$2^4 = 16$	$2 = \sqrt[4]{16}$	$2 = 16^{\frac{1}{4}}$	2 என்பது 16இன் 4ஆவது மூலம்
$2^3 = 8$	$2 = \sqrt[3]{8}$	$2 = 8^{\frac{1}{3}}$	2 என்பது 8இன் கனமூலம் அல்லது 2 என்பது 8இன் 3ஆவது மூலம்
$2^2 = 4$	$2 = \sqrt[2]{4}$ அல்லது சுருக்கமாக, $2 = \sqrt{4}$	$2 = 4^{\frac{1}{2}}$	2 என்பது 4இன் வர்க்கமூலம் அல்லது 2 என்பது 4இன் 2 வது மூலம்

எடுத்துக்காட்டு 2.16 பின்வருவனவற்றை 2^n வடிவத்தில் எழுதுக :

(i) 8 (ii) 32 (iii) $\frac{1}{4}$ (iv) $\sqrt{2}$ (v) $\sqrt{8}$

தீர்வு

(i) $8 = 2\times2\times2$; எனவே $8 = 2^3$

(ii) $32 = 2\times2\times2\times2\times2 = 2^5$

(iii) $\frac{1}{4} = \frac{1}{2\times2} = \frac{1}{2^2} = 2^{-2}$

(iv) $\sqrt{2} = 2^{1/2}$

(v) $\sqrt{8} = \sqrt{2}\times\sqrt{2}\times\sqrt{2} = \left(2^{\frac{1}{2}}\right)^3$. இதனை $2^{\frac{3}{2}}$ எனவும் எழுதலாம்.

$x^{\frac{m}{n}}$ என்பதன் பொருள்: (m மற்றும் n என்பன மிகை முழுக்கள்)

$x^{\frac{m}{n}}$ என்பதை நாம் x இன் m ஆவது அடுக்கின் n ஆவது மூலம் அல்லது n ஆவது மூலத்தின் m ஆவது அடுக்கு என எழுதலாம்.

குறியீட்டில், $x^{\frac{m}{n}} = (x^m)^{\frac{1}{n}}$ அல்லது $\left(x^{\frac{1}{n}}\right)^m = \sqrt[n]{x^m}$ அல்லது $\left(\sqrt[n]{x}\right)^m$

NCA IAS ACADEMY - 8015577159

எடுத்துக்காட்டு 2.17 மதிப்பு காண்க: (i) $81^{\frac{5}{4}}$ (ii) $64^{\frac{-2}{3}}$

தீர்வு

(i) $81^{\frac{5}{4}} = \left(\sqrt[4]{81}\right)^5 = \left(\sqrt[4]{3^4}\right)^5 = 3^5 = 3\times3\times3\times3\times3 = 243$

(ii) $64^{\frac{-2}{3}} = \dfrac{1}{64^{\frac{2}{3}}} = \dfrac{1}{\left(\sqrt[3]{64}\right)^2} = \dfrac{1}{4^2}$ (எப்படி?) $= \dfrac{1}{16}$

பயிற்சி 2.5

1. பின்வருவனவற்றை 5^n வடிவத்தில் எழுதுக:

   (i) 625 (ii) $\frac{1}{5}$ (iii) $\sqrt{5}$ (iv) $\sqrt{125}$

2. பின்வருவனவற்றை 4^n வடிவில் எழுதுக:

   (i) 16 (ii) 8 (iii) 32

3. மதிப்பு காண்க:

   (i) $(49)^{\frac{1}{2}}$ (ii) $(243)^{\frac{2}{5}}$ (iii) $9^{\frac{-3}{2}}$ (iv) $\left(\frac{64}{125}\right)^{\frac{-2}{3}}$

4. பின்ன அடுக்கைப் பயன்படுத்தி எழுதுக:

   (i) $\sqrt{5}$ (ii) $\sqrt[2]{7}$ (iii) $\left(\sqrt[3]{49}\right)^5$ (iv) $\left(\frac{1}{\sqrt[3]{100}}\right)^7$

5. கீழ்க்காண்பவற்றின் 5 வது மூலத்தைக் காண்க:

   (i) 32 (ii) 243 (iii) 100000 (iv) $\frac{1024}{3125}$

2.6 முறுடுகள் (Surds)

மெய்யெண்களைப் பற்றிய கருத்துகள், அவற்றை எண்கோட்டில் குறித்தல் மற்றும் கையாளுதல் ஆகியவற்றை நன்கு அறிந்த நாம் தற்போது குறிப்பிட்ட சில தோராய மதிப்புகளை எப்படி முறுடுகளாக தனித்துவமான முறையில் குறிப்பிடுவது என்பது பற்றி கற்க இருக்கின்றோம்.

$\sqrt{4}$ என்ற எண்ணை $\sqrt{\ }$ குறியீடு இல்லாமல் நம்மால் சுருக்கமாகக் கூற இயலுமா? ஆம் முடியும். $\sqrt{4}$ இக்குப் பதிலாக 2 என எளிமையாக எழுத முடியும். அப்படியானால், $\sqrt{\frac{1}{9}}$ யும் அவ்வாறே எழுதலாமா? மிகவும் எளிதாக எழுதலாம். $\sqrt{\ }$ குறியீடு இல்லாமல் இதன் மதிப்பு $\frac{1}{3}$ ஆ கு ம் . $\sqrt{0.01}$ இன் மதிப்பு என்ன? இதனையும் எளிதாக எழுதலாம். இதன் தீர்வு 0.1 ஆகும்.

$\sqrt{4}$, $\sqrt{\frac{1}{9}}$ மற்றும் $\sqrt{0.01}$ என்பவற்றின் தீர்வு காணும்போது $\sqrt{\ }$ குறியீடு இல்லாமல்

NCA IAS ACADEMY - 8015577159

2-Real Numbers_TM.indd 64 26-12-2019 13:09:22

இருப்பதை நம்மால் காண முடிகிறது. எல்லா இடங்களிலும் இவ்வாறு செய்ய இயலுமா? $\sqrt{18}$ என்பதைக் கருதுக. மூலக்குறியீடு இல்லாமல் இதன் மதிப்பை நம்மால் காண இயலுமா? 2–ன் வர்க்கமூலம், 5–ன் கனமூலம் போன்று மூலக்குறியீடு இல்லாமல் தீர்வு காண இயலாத எண்கள் முறுடுகள் எனப்படுகின்றன. அவை விகிதமுறு எண்களைக் கெழுக்களாகக் கொண்ட சமன்பாட்டின் விகிதமுறா மூலங்கள் ஆகும்.

முறுடு என்பது ஒரு விகிதமுறு எண்ணின் விகிதமுறா மூலம் ஆகும். $\sqrt[n]{a}$ என்பது ஒரு முறுடு, இங்கே $n \in \mathbb{N},\ n > 1$, 'a' ஒரு விகிதமுறு எண்.

எடுத்துக்காட்டுகள்: $\sqrt{2}$ ஒரு முறுடு. இது $x^2 = 2$ என்ற சமன்பாட்டின் விகிதமுறா மூலம் ஆகும். ($x^2 - 2 = 0$ என்பது விகிதமுறு எண்களைக் கெழுக்களாகக் கொண்ட சமன்பாடு என்பதைக் கவனிக்க. $\sqrt{2}$ என்பது விகிதமுறா எண். இதை $1.4142135\ldots$ என்ற முடிவுறாச் சுழல் தன்மையற்ற தசம எண்ணால் குறிப்பிடலாம்.)

$\sqrt[3]{3}$ (இது $3^{\frac{1}{3}}$ –க்குச் சமமானது) ஒரு முறுடு. ஏனெனில், இது $x^3 - 3 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் விகிதமுறா மூலம் ஆகும் ($\sqrt{3}$ ஒரு விகிதமுறா எண், இதை $1.7320508\ldots$ என்ற முடிவுறாச் சுழல் தன்மையற்ற தசம எண்ணால் குறிப்பிடலாம்).

$x^2 - 6x + 7 = 0$ போன்ற இருபடிச் சமன்பாடுகளைத் தீர்ப்பது பற்றி நீங்கள் அடுத்த வகுப்பில் கற்க இருக்கிறீர்கள். மேற்கண்ட சமன்பாடானது விகிதமுறு எண்களைக் கெழுக்களாகக் கொண்ட இருபடிச் சமன்பாடு, அதன் ஒரு மூலம் $3+\sqrt{2}$ ஆனது ஒரு முறுடு ஆகும்.

$\sqrt{\frac{1}{25}}$ ஒரு முறுடா? இல்லை; இதை $\frac{1}{5}$ என்ற விகிதமுறு எண்ணாகச் சுருக்கி எழுத முடியும்.

$\sqrt[4]{\frac{16}{81}}$ இன் மதிப்பு எவ்வாறு இருக்கும்? இது முறுடு அல்ல. இதனை $\frac{2}{3}$ எனச் சுருக்க இயலும்.

நமக்குத் தெரிந்த மிக முக்கியமான விகிதமுறா எண் π ஒரு முறுடல்ல! அது ஒரு விகிதமுறா எண்ணாக இருந்த போதிலும், அதை $\sqrt{\ }$ குறியீட்டுக்குள் ஒரு விகிதமுறு எண்ணாக எழுத இயலாது. (அதாவது, விகிதமுறு கெழுக்களைக் கொண்ட எந்தவொரு சமன்பாட்டிற்கும் இது மூலமாக இருக்காது).

முறுடுகள் ஏன் முக்கியமாகின்றன? கணக்கீடுகள் செய்யும்போது, நாம் $\sqrt{2} = 1.414$, மற்றும் $\sqrt{3} = 1.732$ போன்ற தோராய மதிப்புகளை எடுத்துக்கொள்கிறோம்.

$$\left(\sqrt{2}\right)^2 = \left(1.414\right)^2 = 1.99936 \neq 2\ ; \qquad \left(\sqrt{3}\right)^2 = \left(1.732\right)^2 = 3.999824 \neq 4$$

இதிலிருந்து $\sqrt{2}$ மற்றும் $\sqrt{3}$ என்பவற்றின் தோராய மதிப்புகளை விட, வேறொரு துல்லியமான மற்றும் மிகச் சரியான மதிப்புகளை அவை கொண்டிருக்கின்றன என்பதை நம்மால் காண முடிகிறது. பொறியாளர்களும் விஞ்ஞானிகளும் பாலம் கட்டுதல், கட்டடக்கலை வேலைகள் போன்ற தங்கள் பணிகளைச் செய்யும்போது, மிகத் துல்லியமான மதிப்புகள் அவர்களுக்குத் தேவைப்படுகின்றன. எனவே முறுடுகளைப் பற்றி நாம் கற்பது இன்றியமையாததாகிறது.

NCA IAS ACADEMY - 8015577159

முன்னேற்றத்தைச் சோதித்தல்

1. பொருத்தமில்லாதது எது? உமது விடைக்குத் தகுந்த காரணம் கூறவும்..

   $\sqrt{36}$, $\sqrt{\frac{50}{98}}$, $\sqrt{1}$, $\sqrt{1.44}$, $\sqrt[5]{32}$, $\sqrt{120}$

   $\sqrt{7}$, $\sqrt{48}$, $\sqrt[3]{36}$, $\sqrt{5}+\sqrt{3}$, $\sqrt{1.21}$, $\sqrt{\frac{1}{10}}$

2. அனைத்து முறுடுகளும் விகிதமுறா எண்களா? உமது விடையைக் கலந்தாலோசிக்கவும்.

3. எல்லா விகிதமுறா எண்களும் முறுடுகளா? சில எடுத்துக்காட்டுகளைக் கொண்டு சரிபார்க்க.

2.6.1 முறுடின் வரிசை (Order of a surd)

ஒரு முறுடானது எந்த மூலத்திலிருந்து பெறப்படுகிறதோ, அந்த மூலத்தின் வரிசை அந்த **முறுடின் வரிசை** எனப்படுகிறது. $\sqrt[n]{a}$ என்ற முறுடின் வரிசை n ஆகும். $\sqrt[5]{99}$ இன் வரிசை என்ன? இது 5 ஆகும்.

முறுடுகளை பல்வேறு வழிகளில் வகைப்படுத்தலாம்.

(i) ஒரே வரிசை கொண்ட முறுடுகள் (Surds of Same order)

இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட **முறுடுகளின் வரிசைகள் சமம்** எனில் அந்த முறுடுகள் ஒரே வரிசை கொண்ட முறுடுகள் எனப்படும். இவை **சம மூலக்குறியீடு கொண்ட முறுடுகள்** எனவும் அழைக்கப்படும். எடுத்துக்காட்டாக,

$\sqrt{x}$, $a^{\frac{3}{2}}$, $\sqrt[2]{m}$ என்பன இரண்டாம் வரிசை முறுடுகள் அல்லது **இருபடி முறுடுகள்**.

$\sqrt[3]{5}$, $\sqrt[3]{(x-2)}$, $(ab)^{\frac{1}{3}}$ என்பன மூன்றாம் வரிசை முறுடுகள் அல்லது **கன முறுடுகள்**.

$\sqrt{3}$, $\sqrt[3]{10}$, $\sqrt[4]{6}$ மற்றும் $8^{\frac{2}{5}}$ என்பன வெவ்வேறு வரிசை கொண்ட முறுடுகள்.

(ii) முறுடின் எளிய வடிவம் (A surd in the simplest form)

ஒரு முறுடின் எளிய வடிவம் என்பது அதை விகிதமுறு மற்றும் விகிதமுறா காரணிகளின் பெருக்கலாக எழுதும்போது, அதில் உள்ள விகிதமுறாக் காரணி கீழ்க்காணும் 3 விதிகளை நிறைவு செய்ய வேண்டும்.

(அ) மூலத்தின் வரிசை இயன்ற அளவு மிகச் சிறியதாய் இருக்க வேண்டும்.

(ஆ) மூலக் குறியீட்டின் வரிசை பின்னமாக இருத்தல் கூடாது.

(இ) வரிசை n கொண்ட மூலக் குறியீடுக்குள் a^n வடிவில் எந்த ஒரு காரணியும் இருக்கக்கூடாது. இங்கு a ஒரு மிகை முழு.

எடுத்துக்காட்டு 2.18 பின்வருவனவற்றை ஒரே வரிசை கொண்ட முறுடுகளாக மாற்ற இயலுமா? (i) $\sqrt{3}$ (ii) $\sqrt[4]{3}$ (iii) $\sqrt[3]{3}$

NCA IAS ACADEMY - 8015577159

2-Real Numbers_TM.indd 66 26-12-2019 13:09:24

தீர்வு

(i) $\sqrt{3} = 3^{\frac{1}{2}}$ $= 3^{\frac{6}{12}}$ $= \sqrt[12]{3^6}$ $= \sqrt[12]{729}$

(ii) $\sqrt[4]{3} = 3^{\frac{1}{4}}$ $= 3^{\frac{3}{12}}$ $= \sqrt[12]{3^3}$ $= \sqrt[12]{27}$

(iii) $\sqrt[3]{3} = 3^{\frac{1}{3}}$ $= 3^{\frac{4}{12}}$ $= \sqrt[12]{3^4}$ $= \sqrt[12]{81}$

கடைசி வரியிலிருந்து, மூன்றையும் ஒரே வரிசை கொண்ட முறுடுகளாக மாற்ற முடிகிறது.

எடுத்துக்காட்டு 2.19

1. கொடுக்கப்பட்டுள்ள முறுடுகளை எளிய வடிவில் எழுதுக: i) $\sqrt{8}$ ii) $\sqrt[3]{192}$
2. $\sqrt[3]{7} > \sqrt[4]{5}$ என்பதை மெய்ப்பிக்க.

தீர்வு

1. (i) $\sqrt{8} = \sqrt{4\times 2} = 2\sqrt{2}$

(ii) $\sqrt[3]{192} = \sqrt[3]{4\times 4\times 4\times 3} = 4\sqrt[3]{3}$

2. $\sqrt[3]{7} = \sqrt[12]{7^4} = \sqrt[12]{2401}$

$\sqrt[4]{5} = 5^{\frac{1}{4}} = 5^{\frac{3}{12}} = \sqrt[12]{5^3} = \sqrt[12]{125}$

$\sqrt[12]{2401} > \sqrt[12]{125}$

ஆகவே,, $\sqrt[3]{7} > \sqrt[4]{5}$.

(iii) **முழுமையான மற்றும் கலப்பு முறுடுகள் (Pure and Mixed Surds)** எளிய வடிவில் ஒரு முறுடின் கெழு அல்லது குணகம் 1 எனில், அந்த முறுடு முழுமையான முறுடு எனப்படுகிறது.

எடுத்துக்காட்டாக, $\sqrt{3}$, $\sqrt[3]{6}$, $\sqrt[4]{7}$, $\sqrt[5]{49}$ ஆகியவை முழுமையான முறுடுகள். ஒரு முறுடின் எளிய வடிவில் அதன் கெழு அல்லது குணகம் 1–ஐத் தவிர வேறு ஓர் எண்ணாக இருப்பின் அது கலப்பு முறுடு எனப்படுகிறது.

எடுத்துக்காட்டாக, $5\sqrt{3}$, $2\sqrt[4]{5}$, $3\sqrt[4]{6}$ என்பன கலப்பு முறுடுகள்.

(iv) **எளிய மற்றும் கூட்டு முறுடுகள் (Simple and Compound Surds)** ஒரே ஓர் உறுப்பை மட்டும் கொண்டுள்ள முறுடு எளிய முறுடு எனப்படுகிறது. எடுத்துக்காட்டாக, $\sqrt{3}$, $2\sqrt{5}$ ஆகியன எளிய முறுடுகள். இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட முறுடுகள் கூட்டுச் செயலிகளால் (+ அல்லது −) இணைக்கப்பட்டிருந்தால் அது கூட்டு முறுடு ஆகும். எடுத்துக்காட்டாக, $\sqrt{5}+3\sqrt{2}$, $\sqrt{3}-2\sqrt{7}$, $\sqrt{5}-7\sqrt{2}+6\sqrt{3}$ ஆகியன கூட்டு முறுடுகள்.

NCA IAS ACADEMY - 8015577159

www.tntextbooks.in

(v) **ஈருறுப்பு முறுடு (Binomial Surd)** கூட்டல் அல்லது கழித்தல் முறையில் இணைத்து எழுதப்பட்ட விரிவில் இரண்டும் முறுடாகவோ அல்லது ஒன்று விகிதமுறு எண் மற்றொன்று ஒரு முறுடாகவோ இருப்பின் அது ஈருறுப்பு முறுடு எனப்படும். எடுத்துக்காட்டாக, $\frac{1}{2}-\sqrt{19}, 5+3\sqrt{2}, \sqrt{3}-2\sqrt{7}$ ஆகியன ஈருறுப்பு முறுடுகள் ஆகும் .

எடுத்துக்காட்டு 2.20 ஏறுவரிசையில் எழுதுக: $\sqrt[3]{2},\ \sqrt[2]{4},\ \sqrt[4]{3}$

தீர்வு

$\sqrt[3]{2},\ \sqrt[2]{4},\ \sqrt[4]{3}$ ஆகியவற்றின் வரிசைகள் $3,\ 2,\ 4.$

$3, 2, 4$ இன் மீ.பொ.ம $= 12.$

$$\sqrt[3]{2} = \left(2^{\frac{1}{3}}\right) = \left(2^{\frac{4}{12}}\right) = \sqrt[12]{2^4} = \sqrt[12]{16} \quad ; \quad \sqrt[2]{4} = \left(4^{\frac{1}{2}}\right) = \left(4^{\frac{6}{12}}\right) = \sqrt[12]{4^6} = \sqrt[12]{4096}$$

$$\sqrt[4]{3} = \left(3^{\frac{1}{4}}\right) = \left(3^{\frac{3}{12}}\right) = \sqrt[12]{3^3} = \sqrt[12]{27}$$

$\sqrt[3]{2},\ \sqrt[4]{3},\ \sqrt[2]{4}$ ஆனது $\sqrt[12]{16} < \sqrt[12]{27} < \sqrt[12]{4096}$

ஏறுவரிசை $\sqrt[3]{2}, \sqrt[4]{3}, \sqrt[2]{4}$.

2.6.2 மூலக்குறியீட்டு விதிகள் (Laws of Radicals)

m, n என்பன மிகை முழுக்கள், a மற்றும் b என்பன மிகை விகிதமுறு எண்கள் எனில், கீழ்க்காணும் மூலக்குறியீட்டு விதிகளை நினைவு கூர்தல் பயனுள்ளது.

AIRS71

வ. எண்.	மூலக்குறியீடு	அடுக்கு வடிவம்
(i)	$\left(\sqrt[n]{a}\right)^n = a = \sqrt[n]{a^n}$	$\left(a^{\frac{1}{n}}\right)^n = a = \left(a^n\right)^{\frac{1}{n}}$
(ii)	$\sqrt[n]{a}\times\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$	$a^{\frac{1}{n}}\times b^{\frac{1}{n}} = (ab)^{\frac{1}{n}}$
(iv)	$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a} = \sqrt[n]{\sqrt[m]{a}}$	$\left(a^{\frac{1}{n}}\right)^{\frac{1}{m}} = a^{\frac{1}{mn}} = \left(a^{\frac{1}{m}}\right)^{\frac{1}{n}}$
(v)	$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$	$\frac{a^{\frac{1}{n}}}{b^{\frac{1}{n}}} = \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{n}}$

மூலக்குறியீட்டு விதிகளைப் பயன்படுத்தித் தீர்க்கக்கூடிய சில கணக்குகளைத் தற்போது விவாதிப்போம்.

NCA IAS ACADEMY - 8015577159

2-Real Numbers_TM.indd 68 26-12-2019 13:09:27

எடுத்துக்காட்டு 2.21 கொடுக்கப்பட்ட முறுடுகளை அதன் எளிய வடிவில் எழுதுக. மேலும், அவற்றின் வரிசை, மூல அடிமானம் மற்றும் கெழு ஆகியவற்றையும் கண்டறிக.

(i) $\sqrt[3]{108}$ (ii) $\sqrt[3]{(1024)^{-2}}$

தீர்வு

(i) $\sqrt[3]{108} = \sqrt[3]{27 \times 4}$

$= \sqrt[3]{3^3 \times 4}$

$= \sqrt[3]{3^3} \times \sqrt[3]{4}$ (மூலக்குறியீட்டு விதி - ii)

$= 3 \times \sqrt[3]{4}$ (மூலக்குறியீட்டு விதி - i)

2	108
2	54
3	27
3	9
3	3
	1

வரிசை= 3; மூல அடிமானம் = 4; கெழு = 3

(ii) $\sqrt[3]{(1024)^{-2}} = \left[\sqrt[3]{\left(2^3 \times 2^3 \times 2^3 \times 2\right)^{-2}}\right]$

$= \left[\sqrt[3]{\left(2^3 \times 2^3 \times 2^3 \times 2\right)}\right]^{-2}$ [மூலக்குறியீட்டு விதி (i)]

$= \left[\sqrt[3]{2^3} \times \sqrt[3]{2^3} \times \sqrt[3]{2^3} \times \sqrt[3]{2}\right]^{-2}$ [மூலக்குறியீட்டு விதி(ii)]

$= \left[2 \times 2 \times 2 \times \sqrt[3]{2}\right]^{-2}$ [மூலக்குறியீட்டு விதி (i)]

$= \left[8 \times \sqrt[3]{2}\right]^{-2} = \left[\frac{1}{8}\right]^2 \times \left(\frac{1}{\sqrt[3]{2}}\right)^2$

$= \frac{1}{64}\sqrt[3]{\frac{1}{4}}$

2	1024
2	512
2	256
2	128
2	64
2	32
2	16
2	8
2	4
2	2
	1

வரிசை $= 3$; மூல அடிமானம்= $\frac{1}{4}$; கெழு= $\frac{1}{64}$

(அடுக்கு வடிவத்தைப் பயன்படுத்தியும் இதே முடிவுகளைப் பெற இயலும்).

குறிப்பு

5 மற்றும் 6 என்ற எண்களைக் கருதுக. மேலும் $5 = \sqrt{25}$ மற்றும் $6 = \sqrt{36}$ ஆகும். ஆகவே, $\sqrt{26}$, $\sqrt{27}$, $\sqrt{28}$, $\sqrt{29}$, $\sqrt{30}$, $\sqrt{31}$, $\sqrt{32}$, $\sqrt{33}$, $\sqrt{34}$, மற்றும் $\sqrt{35}$ என்பன 5 –க்கும் 6 –க்கும் இடைப்பட்ட முறுடுகளாகும்.

$3\sqrt{2} = \sqrt{3^2 \times 2} = \sqrt{18}$, $2\sqrt{3} = \sqrt{2^2 \times 3} = \sqrt{12}$ ஆகவே, $\sqrt{17}$, $\sqrt{15}$, $\sqrt{14}$, $\sqrt{13}$ என்பன $2\sqrt{3}$ –க்கும் $3\sqrt{2}$ –க்கும் இடைப்பட்ட முறுடுகளாகும்.

NCA IAS ACADEMY - 8015577159

2.6.3 முறுடுகளில் நான்கு அடிப்படைச் செயல்கள் (Four Basic Operations on Surds)

(i) முறுடுகளில் கூட்டல் மற்றும் கழித்தல் (Addition and subtraction of surds) ஒத்த முறுடுகளைக் கீழ்க்காணும் விதியைப் பயன்படுத்திக் கூட்டவோ கழிக்கவோ முடியும்.

$$a\sqrt[n]{b} \pm c\sqrt[n]{b} = (a \pm c)\sqrt[n]{b},$$ இங்கு $b > 0$.

எடுத்துக்காட்டு 2.22 (i) $3\sqrt{7}$ மற்றும் $5\sqrt{7}$ ஐக் கூட்டுக. அவற்றின் கூடுதல் ஒரு விகிதமுறு எண்ணா அல்லது விகிதமுறா எண்ணா எனச் சரிபார்க்க.

(ii) $4\sqrt{5}$ ஐ $7\sqrt{5}$ இலிருந்து கழிக்க. தீர்வானது ஒரு விகிதமுறு எண்ணா அல்லது விகிதமுறா எண்ணா?

தீர்வு

(i) $3\sqrt{7} + 5\sqrt{7} = (3+5)\sqrt{7} = 8\sqrt{7}$. தீர்வு ஒரு விகிதமுறா எண்.

(ii) $7\sqrt{5} - 4\sqrt{5} = (7-4)\sqrt{5} = 3\sqrt{5}$. தீர்வு ஒரு விகிதமுறா எண்.

எடுத்துக்காட்டு 2.23 கீழ்க்காண்பவற்றைச் சுருக்குக:

(i) $\sqrt{63} - \sqrt{175} + \sqrt{28}$ (ii) $2\sqrt[3]{40} + 3\sqrt[3]{625} - 4\sqrt[3]{320}$

தீர்வு

(i)
$$\begin{aligned}\sqrt{63} - \sqrt{175} + \sqrt{28} &= \sqrt{9\times 7} - \sqrt{25\times 7} + \sqrt{4\times 7}\\ &= 3\sqrt{7} - 5\sqrt{7} + 2\sqrt{7}\\ &= \left(3\sqrt{7} + 2\sqrt{7}\right) - 5\sqrt{7}\\ &= 5\sqrt{7} - 5\sqrt{7}\\ &= 0\end{aligned}$$

(ii) $2\sqrt[3]{40} + 3\sqrt[3]{625} - 4\sqrt[3]{320}$
$$\begin{aligned}&= 2\sqrt[3]{8\times 5} + 3\sqrt[3]{125\times 5} - 4\sqrt[3]{64\times 5}\\ &= 2\sqrt[3]{2^3\times 5} + 3\sqrt[3]{5^3\times 5} - 4\sqrt[3]{4^3\times 5}\\ &= 2\times 2\sqrt[3]{5} + 3\times 5\sqrt[3]{5} - 4\times 4\sqrt[3]{5}\\ &= 4\sqrt[3]{5} + 15\sqrt[3]{5} - 16\sqrt[3]{5}\\ &= (4+15-16)\sqrt[3]{5} = 3\sqrt[3]{5}\end{aligned}$$

NCA IAS ACADEMY - 8015577159

www.tntextbooks.in

(ii) முறுடுகளில் பெருக்கல் மற்றும் வகுத்தல் (Multiplication and division of surds)

ஒத்த முறுடுகளைக் கீழ்க்காணும் விதிகளைப் பயன்படுத்திப் பெருக்கவோ அல்லது வகுக்கவோ முடியும்.

முறுடுகளின் பெருக்கல் பண்புகள்	முறுடுகளின் வகுத்தல் பண்புகள்
(i) $\sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$ (ii) $a\sqrt[n]{b} \times c\sqrt[n]{d} = ac\sqrt[n]{bd}$ இங்கே $b, d > 0$	(iii) $\dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\dfrac{a}{b}}$ (iv) $\dfrac{a\sqrt[n]{b}}{c\sqrt[n]{d}} = \dfrac{a}{c}\sqrt[n]{\dfrac{b}{d}}$ இங்கே $b, d > 0$

எடுத்துக்காட்டு 2.24 $\sqrt[3]{40}$ மற்றும் $\sqrt[3]{16}$ ஐப் பெருக்குக.

தீர்வு

$$\sqrt[3]{40} \times \sqrt[3]{16} = \left(\sqrt[3]{2\times2\times2\times5}\right) \times \left(\sqrt[3]{2\times2\times2\times2}\right)$$
$$= \left(2\times\sqrt[3]{5}\right)\times\left(2\times\sqrt[3]{2}\right) = 4\times\left(\sqrt[3]{2}\times\sqrt[3]{5}\right) = 4\times\sqrt[3]{2\times5}$$
$$= 4\sqrt[3]{10}$$

எடுத்துக்காட்டு 2.25 $2\sqrt{72}\times5\sqrt{32}\times3\sqrt{50}$ இன் மதிப்பைக் கணக்கிட்டு விடையை எளிய வடிவில் தருக.

தீர்வு

$$2\sqrt{72}\times5\sqrt{32}\times3\sqrt{50} = \left(2\times6\sqrt{2}\right)\times\left(5\times4\sqrt{2}\right)\times\left(3\times5\sqrt{2}\right)$$
$$= 2\times5\times3\times6\times4\times5\times\sqrt{2}\times\sqrt{2}\times\sqrt{2}$$
$$= 3600\times2\sqrt{2}$$
$$= 7200\sqrt{2}$$

$\sqrt{72} = \sqrt{36\times2} = 6\sqrt{2}$
$\sqrt{32} = \sqrt{16\times2} = 4\sqrt{2}$
$\sqrt{50} = \sqrt{25\times2} = 5\sqrt{2}$

எடுத்துக்காட்டு 2.26 $\sqrt[9]{8}$ என்ற முறுடை $\sqrt[6]{6}$ ஆல் வகுக்க.

தீர்வு

$$\frac{\sqrt[9]{8}}{\sqrt[6]{6}} = \frac{8^{\frac{1}{9}}}{6^{\frac{1}{6}}}$$ (6, 9 இன் மீ.பொ.ம 18 என்பதைக் குறித்துக் கொள்க.)

$$= \frac{8^{\frac{2}{18}}}{6^{\frac{3}{18}}} \text{ (எப்படி?)} \qquad = \left(\frac{8^2}{6^3}\right)^{\frac{1}{18}} = \left(\frac{8\times8}{6\times6\times6}\right)^{\frac{1}{18}}$$
$$= \left(\frac{8}{27}\right)^{\frac{1}{18}} = \left[\left(\frac{2}{3}\right)^3\right]^{\frac{1}{18}} = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{6}} = \sqrt[6]{\frac{2}{3}}$$

செயல்பாடு - 1

கீழ்க்காணும் முடிவுகள் ஆர்வமானதாக இருக்கிறதா?

$\sqrt{4\frac{4}{15}} = 4\sqrt{\frac{4}{15}}$ மற்றும்

$\sqrt{5\frac{5}{24}} = 5\sqrt{\frac{5}{24}}$ என்பவை

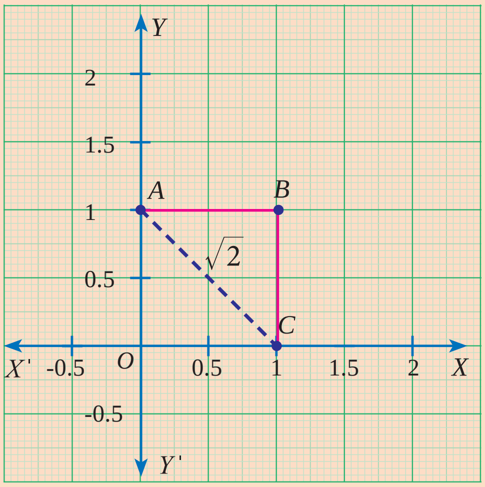
சரியா என ஆராய்க. இதே வடிவில் மேலும் 4 புதிய முறுடுகளைக் காண்க.

NCA IAS ACADEMY - 8015577159

2-Real Numbers_TM.indd 71 26-12-2019 13:09:32

செயல்பாடு–2

வரைபடத்தாளை எடுத்து, அதில் O, A, B, C ஐப் பின்வருமாறு குறிக்க.



சதுரம் $OABC$ இல்,

$$OA = AB = BC = OC = 1 \text{ அலகு}$$

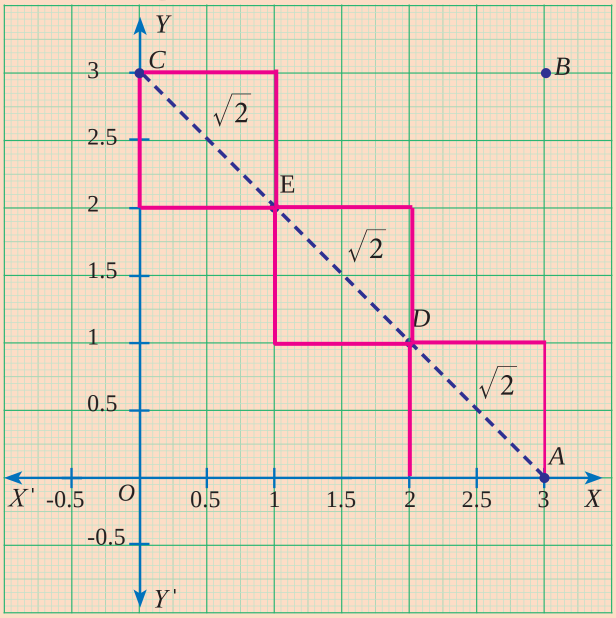
செங்கோண ΔOAC இல்,

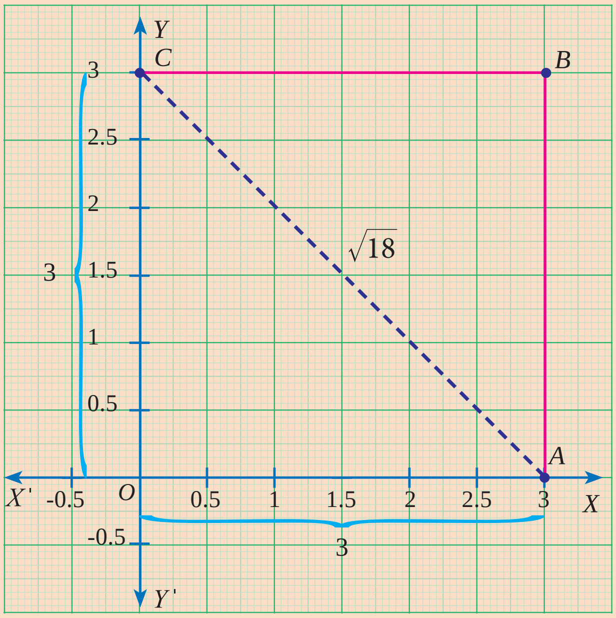
$$AC = \sqrt{1^2 + 1^2}$$

$$= \sqrt{2} \text{ அலகு [பிதாகரஸ் தேற்றப்படி]}$$

மூலைவிட்டத்தின் நீளம் $AC = \sqrt{2}$, ஒரு முறுடாகும்.

கீழ்க்காணும் வரைபடங்களைக் கருதுக.





மூலைவிட்டம் AC இன் நீளத்தை இரு வேறு வழிகளில் காணலாம்.

$AC = AD + DE + EC$

(ஓரலகு சதுரங்களின் மூலைவிட்டம்)

$AC = \sqrt{2} + \sqrt{2} + \sqrt{2} = 3\sqrt{2}$ அலகுகள்

$AC = \sqrt{OA^2 + OC^2} = \sqrt{3^2 + 3^2}$

$AC = \sqrt{9+9} = \sqrt{18}$ அலகுகள்

இவை சமமா? விவாதிக்க.

இதே செயலை வேறுபட்ட பக்க அளவுகளைக் கொண்ட சதுரங்களை எடுத்துச் சரிபார்க்க.

பயிற்சி 2.6

1. முறுடுகளின் கூட்டல் மற்றும் கழித்தல் பண்புகளைப் பயன்படுத்திச் சுருக்குக:

(i) $5\sqrt{3} + 18\sqrt{3} - 2\sqrt{3}$

(ii) $4\sqrt[3]{5} + 2\sqrt[3]{5} - 3\sqrt[3]{5}$

(iii) $3\sqrt{75} + 5\sqrt{48} - \sqrt{243}$

(iv) $5\sqrt[3]{40} + 2\sqrt[3]{625} - 3\sqrt[3]{320}$

NCA IAS ACADEMY - 8015577159

2-Real Numbers_TM.indd 72 26-12-2019 13:09:34

2. முறுடுகளின் பெருக்கல் மற்றும் வகுத்தல் பண்புகளைப் பயன்படுத்திச் சுருக்குக. :

(i) $\sqrt{3} \times \sqrt{5} \times \sqrt{2}$ (ii) $\sqrt{35} \div \sqrt{7}$ (iii) $\sqrt[3]{27} \times \sqrt[3]{8} \times \sqrt[3]{125}$

(iv) $\left(7\sqrt{a}-5\sqrt{b}\right)\left(7\sqrt{a}+5\sqrt{b}\right)$ (v) $\left[\sqrt{\frac{225}{729}}-\sqrt{\frac{25}{144}}\right] \div \sqrt{\frac{16}{81}}$

3. $\sqrt{2}=1.414$, $\sqrt{3}=1.732$, $\sqrt{5}=2.236$, $\sqrt{10}=3.162$ எனில், கீழ்க்காண்பவற்றின் மதிப்புகளை மூன்று தசம இடத்திருத்தமாகக் காண்க.

(i) $\sqrt{40}-\sqrt{20}$ (ii) $\sqrt{300}+\sqrt{90}-\sqrt{8}$

4. முறுடுகளை இறங்கு வரிசையில் அமைக்க: (i) $\sqrt[3]{5}, \sqrt[9]{4}, \sqrt[6]{3}$ (ii) $\sqrt[2]{\sqrt[3]{5}}, \sqrt[3]{\sqrt[4]{7}}, \sqrt{\sqrt{3}}$

5. (i) இரு முறுடுகளின் கூட்டல் (ii) இரு முறுடுகளின் வேறுபாடு
(iii) இரு முறுடுகளின் பெருக்கல் (iv) இரு முறுடுகளின் ஈவு
ஆகிய நிகழ்வுகளில் உம்மால் ஒரு முழுமையான முறுடைப் பெற இயலுமா? ஒவ்வொரு விடையையும் ஓர் எடுத்துக்காட்டு கொண்டு விவரிக்க.

6. (i) இரு முறுடுகளின் கூட்டல் (ii) இரு முறுடுகளின் வேறுபாடு
(iii) இரு முறுடுகளின் பெருக்கல் (iv) இரு முறுடுகளின் ஈவு
ஆகிய நிகழ்வுகளில் உம்மால் ஒரு விகிதமுறு எண்ணைப் பெற இயலுமா? ஒவ்வொரு விடையையும் ஓர் எடுத்துக்காட்டு கொண்டு விவரிக்க.

2.7 முறுடுகளை விகிதப்படுத்துதல்(Rationalisation of Surds)

கொடுக்கப்பட்ட ஓர் உறுப்பை விகிதமுறு எண்ணாக மாற்ற அதை எந்த உறுப்பால் பெருக்க அல்லது வகுக்க வேண்டுமோ, அந்த உறுப்பு கொடுக்கப்பட்ட உறுப்பின் "விகிதப்படுத்தும் காரணி" எனப்படும்.

எடுத்துக்காட்டுகள் :

(i) $\sqrt{3}$ இன் விகிதப்படுத்தும் காரணி $\sqrt{3}$ ($\because \sqrt{3}\times\sqrt{3}=3$ ஒரு விகிதமுறு எண்)

(ii) $\sqrt[7]{5^4}$ இன் விகிதப்படுத்தும் காரணி $\sqrt[7]{5^3}$ (பெருக்கற்பலன் $=\sqrt[7]{5^7}=5$, ஒரு விகிதமுறு எண்)

சிந்தனைக் களம் :

1. மேலே கண்ட எடுத்துக்காட்டு (i) இல் $\sqrt{12}$ என்பதும் ஒரு விகிதப்படுத்தும் காரணியா? $\sqrt{3}$ –க்கு வேறு ஏதேனும் எண்கள் விகிதப்படுத்தும் காரணியாக இருக்க முடியுமா?
2. எடுத்துக்காட்டு (ii) $\sqrt[7]{5^3}$ –க்கு வேறு ஏதேனும் எண்கள் விகிதப்படுத்தும் காரணியாக இருக்க இயலுமா?
3. முறுடைக் கொண்ட ஒரு விரிவாக்கத்திற்கு ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட விகிதப்படுத்தும் காரணிகள் இருக்கும்போது, அவற்றுள் மிகச் சிறியதை விகிதப்படுத்தும் காரணியாகக் கணக்கிடுவதற்கு நாம் எடுத்துக்கொண்டால் நமக்கு ஏதேனும் பயன் உண்டா?

NCA IAS ACADEMY - 8015577159

2-Real Numbers_TM.indd 73 26-12-2019 13:09:35

முன்னேற்றத்தைச் சோதித்தல்

கீழ்க்காணும் ஒவ்வொன்றுக்கும் விகிதப்படுத்தும் காரணியைக் கண்டறிந்து அவற்றைச் சரிபார்க்க.

(i) $\sqrt{18}$ (ii) $5\sqrt{12}$ (iii) $\sqrt[3]{49}$ (iv) $\frac{1}{\sqrt{8}}$

2.7.1 இணை முறுடுகள்(Conjugate Surds)

$3+\sqrt{2}$ என்பதன் விகிதப்படுத்தும் காரணியை உம்மால் ஊகிக்க முடிகிறதா? இந்த முறுடானது ஒரு விகிதமுறு பகுதியையும், ஒரு மூலக்குறியீட்டுப் பகுதியையும் கொண்டுள்ளது. இந்நிலைகளில் விகிதப்படுத்தும் காரணி ஓர் சிறப்பு மிக்க வடிவம் ஆகும்.

$3+\sqrt{2}$ இன் விகிதப்படுத்தும் காரணி $3-\sqrt{2}$. இதை மிகவும் எளிமையாகச் சரிபார்க்கலாம்.

$$\left(3+\sqrt{2}\right)\left(3-\sqrt{2}\right)=3^2-\left(\sqrt{2}\right)^2 \qquad = 7 \text{ (ஒரு விகிதமுறு எண்)}$$
$$=9-2$$

a,b என்பன விகிதமுறு எண்கள் எனில், $a+\sqrt{b}$ இன் விகிதப்படுத்தும் காரணி என்ன? $a-\sqrt{b}$ என்பது சரியா? சரிபார்க்க. a,b என்பன விகிதமுறு எண்கள் எனில், $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ என்பதன் விகிதப்படுத்தும் காரணி எது? $\sqrt{a}-\sqrt{b}$ என்பது சரியா அல்லது $-\sqrt{a}+\sqrt{b}$ என்பது சரியா? ஆராய்க.

$a+\sqrt{b}$ மற்றும் $a-\sqrt{b}$ என்ற வடிவத்தில் உள்ள முறுடுகள் **இணை முறுடுகள்** என அழைக்கப்படுகின்றன. $\sqrt{b}+a$ இன் இணை எது? $-\sqrt{b}+a$ என்பது சரியா? முறுடுக்கு முன்னால் உள்ள குறியை மாற்றுவதன் மூலம் அந்த எண்ணின் இணை முறுடைப் பெறலாம் என்பதை அறிய முடிகிறது !

எடுத்துக்காட்டு 2.27 பகுதியை விகிதப்படுத்துக. (i) $\frac{7}{\sqrt{14}}$ (ii) $\frac{5+\sqrt{3}}{5-\sqrt{3}}$

தீர்வு:

(i) விகிதப்படுத்தும் காரணியான $\sqrt{14}$ ஆல் பகுதி மற்றும் தொகுதியைப் பெருக்குக.

$$\frac{7}{\sqrt{14}}=\frac{7}{\sqrt{14}}\times\frac{\sqrt{14}}{\sqrt{14}}=\frac{7\sqrt{14}}{14}=\frac{\sqrt{14}}{2}$$

(ii) $$\frac{5+\sqrt{3}}{5-\sqrt{3}}=\frac{\left(5+\sqrt{3}\right)}{\left(5-\sqrt{3}\right)}\times\frac{\left(5+\sqrt{3}\right)}{\left(5+\sqrt{3}\right)}=\frac{\left(5+\sqrt{3}\right)^2}{5^2-\left(\sqrt{3}\right)^2}$$

$$=\frac{5^2+\left(\sqrt{3}\right)^2+2\times5\times\sqrt{3}}{25-3}=\frac{25+3+10\sqrt{3}}{22}=\frac{28+10\sqrt{3}}{22}=\frac{2\times[14+5\sqrt{3}]}{22}$$

$$=\frac{14+5\sqrt{3}}{11}$$

NCA IAS ACADEMY - 8015577159

2-Real Numbers_TM.indd 74 26-12-2019 13:09:37

www.tntextbooks.in

பயிற்சி 2.7

1. பகுதியை விகிதப்படுத்துக.

(i) $\frac{1}{\sqrt{50}}$ (ii) $\frac{5}{3\sqrt{5}}$ (iii) $\frac{\sqrt{75}}{\sqrt{18}}$ (iv) $\frac{3\sqrt{5}}{\sqrt{6}}$

2. பகுதியை விகிதப்படுத்திச் சுருக்குக.

(i) $\frac{\sqrt{48}+\sqrt{32}}{\sqrt{27}-\sqrt{18}}$ (ii) $\frac{5\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$

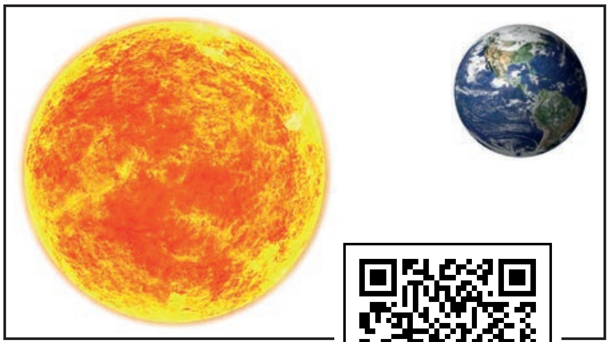
(iii) $\frac{2\sqrt{6}-\sqrt{5}}{3\sqrt{5}-2\sqrt{6}}$ (iv) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}+2}-\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}-2}$

3. $\frac{\sqrt{7}-2}{\sqrt{7}+2} = a\sqrt{7}+b$ எனில், a மற்றும் b இன் மதிப்புகளைக் காண்க.

4. $x=\sqrt{5}+2$ எனில், $x^2+\frac{1}{x^2}$ இன் மதிப்பு காண்க.

5. $\sqrt{2}=1.414$ எனில், $\frac{8-5\sqrt{2}}{3-2\sqrt{2}}$ இன் மதிப்பை 3 தசம இடத் திருத்தமாகக் காணவும்.

2.8 அறிவியல் குறியீடு (Scientific Notation)



கதிரவனின் விட்டம் 13,92,000 கி.மீ மற்றும் பூமியின் விட்டம் 12,740 கி.மீ இவற்றை ஒப்பிடச் சொன்னால், அது கடினமானதாகத் தோன்றும். மாறாக, 13,92,000 என்பதை 1.392×10^6 எனவும் 12,740 என்பதை 1.274×10^4 எனவும் கொடுத்தால் அது எளிமையாகத் தோன்றும். இந்த வகையிலான வடிவமைப்பு அறிவியல் குறியீடு எனப்படும்.

AJ1N8N

இங்கு $\frac{1.392 \cdot 10^6}{1.274 \cdot 10^4} \simeq \frac{14}{13} \cdot 10^2 \simeq 108$

இதிலிருந்து, கதிரவனுக்குள் தோராயமாக 108 பூமியை வரிசையாக அடுக்கி வைக்க இயலும் என்பதைத் தற்போது உம்மால் கற்பனை செய்ய முடிகிறதா!

அறிவியல் குறியீடு என்பது மிகப்பெரிய அல்லது மிகச் சிறிய எண்களைத் தசமக் குறியீட்டில் வடிவமைக்கும் ஒரு வழிமுறை ஆகும். இது எண்களை எளிமையாகப் பதிவு செய்யவும் பயன்படுத்தவும் அனுமதிக்கிறது.

2.8.1 அறிவியல் குறியீட்டில் தசம எண்களை எழுதுதல் (Writing a Decimal Number in Scientific Notation)

ஓர் எண்ணை அறிவியல் குறியீட்டில் எழுதக் கீழ்க்காணும் வழிமுறைகள் பயனுள்ளதாக அமையும்.

NCA IAS ACADEMY - 8015577159

2-Real Numbers_TM.indd 75 26-12-2019 13:09:38

www.tntextbooks.in

(i) தசமப் புள்ளிக்கு இடப்பக்கம் ஒரேயொரு பூச்சியமற்ற எண் இருக்குமாறு, தசமப் புள்ளியை நகர்த்துக.

(ii) பழைய தசமப் புள்ளிக்கும் புதிய தசமப் புள்ளிக்கும் இடையில் உள்ள இலக்கங்களின் எண்ணிக்கையைக் கணக்கிடுக. இதை 'n' என்க. இதை 10 இன் அடுக்கில் 10^n என எழுத வேண்டும்.

(iii) தசமப் புள்ளியானது இடப்பக்கம் நகர்த்தப்பட்டிருந்தால் அடுக்கு 'n' ஆனது மிகை எண் ஆகும். அது வலப்பக்கம் நகர்த்தப்பட்டிருந்தால் அடுக்கு 'n' ஆனது குறை எண் ஆகும்.

> N என்ற எண்ணை $N = a \times 10^n$ என எழுதலாம். இங்கே, $1 \leq a < 10$, 'n' ஒரு முழு) என்றவாறு குறித்தலே அறிவியல் குறியீடு எனப்படும்.

கீழே அட்டவணையில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள 10 அடிமான எளிய எடுத்துக்காட்டுகள் மேற்கண்ட விளக்கத்தைத் தெளிவுபடுத்தும்.

தசமப் புள்ளி வடிவம்	அறிவியல் குறியீடு
100	1×10^2
1,000	1×10^3
10,000	1×10^4
1,00,000	1×10^5
10,00,000	1×10^6
1,00,00,000	1×10^7

தசமப் புள்ளி வடிவம்	அறிவியல் குறியீடு
0.01	1×10^{-2}
0.001	1×10^{-3}
0.0001	1×10^{-4}
0.00001	1×10^{-5}
0.000001	1×10^{-6}
0.0000001	1×10^{-7}

மேலும் சில எடுத்துக்காட்டுகளைக் காண்போம்.

எடுத்துக்காட்டு 2.28 அறிவியல் குறியீட்டில் எழுதுக.

(i) 9768854 (ii) 0.04567891 (iii) 72006865.48

தீர்வு

(i) 9 7 6 8 8 5 4 . 0 $= 9.768854 \times 10^6$

6 5 4 3 2 1

தசமப் புள்ளியானது 6 இடங்கள் இடப்பக்கமாக நகர்த்தப்பட்டுள்ளது. எனவே, $n = 6$.

(ii) 0 . 0 4 5 6 7 8 9 1 $= 4.567891 \times 10^{-2}$

1 2

தசமப் புள்ளியானது இரண்டு இடங்கள் வலப்பக்கமாக நகர்த்தப்பட்டுள்ளது. எனவே, $n = -2$.

(iii) 7 2 0 0 6 8 6 5 . 4 8 $= 7.20068654 8\times 10^7$

7 6 5 4 3 2 1

தசமப் புள்ளியானது 7 இடங்கள் இடப்பக்கமாக நகர்த்தப்பட்டுள்ளது. எனவே, $n = 7$.

NCA IAS ACADEMY - 8015577159

2-Real Numbers_TM.indd 76 26-12-2019 13:09:39

2.8.2 அறிவியல் குறியீட்டைத் தசம வடிவிற்கு மாற்றுதல் (Converting Scientific Notation to Decimal Form)

அறிவியல் குறியீட்டில் உள்ள ஓர் எண்ணைப் பின்வரும் வழிமுறைகளைப் பின்பற்றி எளிமையாகத் தசம வடிவிற்கு மாற்றலாம்.

(i) தசம எண்ணை எழுதுக.

(ii) 10 இன் அடுக்கில் உள்ள எண் மிகை எண் எனில் வலப்பக்கமாகவும், குறை எண் எனில் இடப்பக்கமாகவும், அடுக்கில் உள்ள எண்ணிற்குச் சமமாகத் தசமப் புள்ளியை நகர்த்துக. தேவைப்படும் இடத்தில் பூச்சியத்தைச் சேர்த்துக்கொள்க.

(iii) அந்த எண்ணைத் தசம வடிவில் மீண்டும் எழுதுக.

எடுத்துக்காட்டு 2.29 கீழ்க்காணும் எண்களைத் தசம வடிவில் எழுதுக.

(i) 6.34×10^{4} (ii) 2.00367×10^{-5}

தீர்வு

(i) 6.34×10^{4}

$\Rightarrow$ 6 . 3 4 0 0 $= 63400$

(decimal point moves right: 1, 2, 3, 4)

(ii) 2.00367×10^{-5}

0 0 0 0 0 2 . 0 0 3 6 7

(decimal point moves left: 1, 2, 3, 4, 5)

$= 0.0000200367$

2.8.3 அறிவியல் குறியீட்டில் உள்ள எண்களின் கணக்கீடுகள் (Arithmetic of Numbers in Scientific Notation)

(i) அறிவியல் குறியீட்டில் உள்ள எண்களின் அடுக்குகள் சமமாக இருந்தால், அவற்றின் கூட்டல் (அல்லது கழித்தல்) செயலை எளிமையாகச் செய்துவிடலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 2.30 பூமியின் நிறை 5.97×10^{24} கி.கி., நிலாவின் நிறை 0.073×10^{24} கி.கி. இவற்றின் மொத்த நிறை என்ன?

தீர்வு

மொத்த நிறை $= 5.97\times10^{24}$ கி.கி. $+$ 0.073×10^{24} கி.கி.

$= (5.97 + 0.073) \times10^{24}$ கி.கி.

$= 6.043 \times10^{24}$ கி.கி.

NCA IAS ACADEMY - 8015577159

(ii) மூலக்குறியீட்டு விதிகளைச் சரியாகப் பயன்படுத்தி, அறிவியல் குறியீட்டில் உள்ள எண்களின் பெருக்கல் மற்றும் வகுத்தலை எளிமையாகச் செய்து முடிக்கலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 2.31 கீழ்க்காண்பவற்றை அறிவியல் குறியீட்டில் எழுதுக.

(i) $(50000000)^4$ (ii) $(0.00000005)^3$ (iii) $(300000)^3 \times (2000)^4$ (iv) $(4000000)^3 \div (0.00002)^4$

தீர்வு

(i) $(50000000)^4 = (5.0 \times 10^7)^4$
$$= (5.0)^4 \times (10^7)^4$$
$$= 625.0 \times 10^{28}$$
$$= 6.25 \times 10^2 \times 10^{28}$$
$$= 6.25 \times 10^{30}$$

(ii) $(0.00000005)^3 = (5.0 \times 10^{-8})^3$
$$= (5.0)^3 \times (10^{-8})^3$$
$$= (125.0) \times (10)^{-24}$$
$$= 1.25 \times 10^2 \times 10^{-24}$$
$$= 1.25 \times 10^{-22}$$

(iii) $(300000)^3 \times (2000)^4$
$$= (3.0 \times 10^5)^3 \times (2.0 \times 10^3)^4$$
$$= (3.0)^3 \times (10^5)^3 \times (2.0)^4 \times (10^3)^4$$
$$= (27.0) \times (10^{15}) \times (16.0) \times (10^{12})$$
$$= (2.7 \times 10^1) \times (10^{15}) \times (1.6 \times 10^1) \times (10^{12})$$
$$= 2.7 \times 1.6 \times 10^1 \times 10^{15} \times 10^1 \times 10^{12}$$
$$= 4.32 \times 10^{1+15+1+12} = 4.32 \times 10^{29}$$

(iv) $(4000000)^3 \div (0.00002)^4$
$$= (4.0 \times 10^6)^3 \div (2.0 \times 10^{-5})^4$$
$$= (4.0)^3 \times (10^6)^3 \div (2.0)^4 \times (10^{-5})^4$$
$$= \frac{64.0 \times 10^{18}}{16.0 \times 10^{-20}}$$
$$= 4 \times 10^{18} \times 10^{+20}$$
$$= 4.0 \times 10^{38}$$

சிந்தனைக் களம்:

1. 2.83104 என்ற எண்ணை, இரு எண்களின் பெருக்கற் பலனாக அறிவியல் குறியீட்டில் எழுதுக.
2. 2.83104 என்ற எண் ஈவாகக் கிடைக்குமாறு இரு எண்களை அறிவியல் குறியீட்டில் எழுதுக.

NCA IAS ACADEMY - 8015577159

பயிற்சி 2.8

1. கீழ்க்காணும் எண்களை அறிவியல் குறியீட்டில் எழுதுக.
   (i) 569430000000 (ii) 2000.57
   (iii) 0.0000006000 (iv) 0.0009000002

2. கீழ்க்காணும் எண்களைத் தசம வடிவில் எழுதுக.
   (i) 3.459×10^{6} (ii) 5.678×10^{4}
   (iii) 1.00005×10^{-5} (iv) 2.530009×10^{-7}

3. கீழ்க்காண்பவற்றைச் சுருக்கி அறிவியல் குறியீட்டில் எழுதுக.
   (i) $(300000)^{2}\times(20000)^{4}$ (ii) $(0.000001)^{11}\div(0.005)^{3}$
   (iii) $\left\{(0.00003)^{6}\times(0.00005)^{4}\right\}\div\left\{(0.009)^{3}\times(0.05)^{2}\right\}$

4. கீழ்க்காணும் தகவலை அறிவியல் குறியீட்டில் எழுதுக.
   (i) உலக மக்கள்தொகை சுமார் 7000,000,000.
   (ii) ஓர் ஒளி ஆண்டு என்பது 9,460,528,400,000,000 கி.மீ. தூரத்தைக் குறிக்கிறது.
   (iii) ஓர் எலக்ட்ரானின் நிறை
   0.000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 910 938 22 கி.கி

5. சுருக்குக: (i) $(2.75\times10^{7}) + (1.23\times10^{8})$ (ii) $(1.598\times10^{17}) - (4.58\times10^{15})$
   (iii) $(1.02\times10^{10})\times(1.20\times10^{-3})$ (iv) $(8.41\times10^{4})\div(4.3\times10^{5})$

செயல்பாடு - 3

கதிரவனிலிருந்து கோள்களுக்கு உள்ள சராசரித் தொலைவு பின்வருமாறு பட்டியலில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. விடுபட்ட மதிப்புகளை உரிய வடிவில் எழுதுக. மேலும், கோள்களுக்கு உள்ள தொலைவின் அளவுகளைக் கதிரவனுக்கு அருகிலிருந்து வரிசைப்படுத்துக.

கோள்	தசம வடிவம்(கிமீ)	அறிவியல் குறியீடு (கிமீ)
வியாழன்		7.78×10^{8}
செவ்வாய்	58000000	
புதன்		2.28×10^{8}
யுரேனஸ்	2870000000	
வெள்ளி	108000000	
நெப்டியூன்	4500000000	
பூமி		1.5×10^{8}
சனி		1.43×10^{8}

NCA IAS ACADEMY - 8015577159

பயிற்சி 2.9

பலவுள் தெரிவு வினாக்கள்

AJAJAB

1. n என்பது ஓர் இயல் எண் எனில் $\sqrt{n}$ என்பது
(1) எப்போதும் ஓர் இயல் எண். (2) எப்போதும் ஒரு விகிதமுறா எண்.
(3) எப்போதும் ஒரு விகிதமுறு எண் (4) ஒரு விகிதமுறு அல்லது விகிதமுறா எண்

2. பின்வருவனவற்றுள் எது உண்மையல்ல?
(1) ஒவ்வொரு விகிதமுறு எண்ணும் மெய்யெண்.
(2) ஒவ்வொரு முழுக்களும் விகிதமுறு எண்.
(3) ஒவ்வொரு மெய்யெண்ணும் விகிதமுறா எண்.
(4) ஒவ்வோர் இயல் எண்ணும் ஒரு முழு எண்.

3. இரு விகிதமுறா எண்களின் கூடுதல் பற்றிய கீழ்க்காணும் கூற்றுகளில் எது உண்மை?
(1) எப்போதும் ஒரு விகிதமுறா எண்.
(2) ஒரு விகிதமுறு அல்லது விகிதமுறா எண்ணாக இருக்கலாம்.
(3) எப்போதும் ஒரு விகிதமுறு எண்.
(4) எப்போதும் ஒரு முழுக்களாகும்.

4. பின்வருவனவற்றுள் எது முடிவுறு தசமத் தீர்வு?
(1) $\frac{5}{64}$ (2) $\frac{8}{9}$ (3) $\frac{14}{15}$ (4) $\frac{1}{12}$

5. பின்வருவனவற்றுள் எது விகிதமுறா எண்?
(1) $\sqrt{25}$ (2) $\sqrt{\frac{9}{4}}$ (3) $\frac{7}{11}$ (4) π

6. 2 மற்றும் 2.5 என்ற எண்களுக்கிடையே உள்ள ஒரு விகிதமுறா எண்
(1) $\sqrt{11}$ (2) $\sqrt{5}$ (3) $\sqrt{2.5}$ (4) $\sqrt{8}$

7. $\frac{1}{3}$ ஐ எந்த மிகச் சிறிய விகிதமுறு எண்ணால் பெருக்கினால் அதன் தசம விரிவு ஓர் இலக்கத்தோடு முடிவுறு தசம விரிவாக அமையும்?
(1) $\frac{1}{10}$ (2) $\frac{3}{10}$ (3) 3 (4) 30

8. $\frac{1}{7} = 0.\overline{142857}$ எனில் $\frac{5}{7}$ இன் மதிப்பு என்ன?
(1) $0.\overline{142857}$ (2) $0.\overline{714285}$ (3) $0.\overline{571428}$ (4) 0.714285

9. பின்வருவனவற்றுள் பொருந்தாததைக் காண்க.
(1) $\sqrt{32} \times \sqrt{2}$ (2) $\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}}$ (3) $\sqrt{72} \times \sqrt{8}$ (4) $\frac{\sqrt{54}}{\sqrt{18}}$

NCA IAS ACADEMY - 8015577159

2-Real Numbers_TM.indd 80 26-12-2019 13:09:46

10. $0.\overline{34} + 0.3\overline{4} =$

(1) $0.6\overline{87}$ (2) $0.\overline{68}$ (3) $0.6\overline{8}$ (4) $0.68\overline{7}$

11. கீழ்க்காணும் கூற்றுகளில் எது தவறு?

(1) 25 இன் வர்க்கமூலம் 5 அல்லது -5 (3) $\sqrt{25} = 5$

(2) $-\sqrt{25} = -5$ (4) $\sqrt{25} = \pm 5$

12. பின்வருவனவற்றுள் எது விகிதமுறு எண் அல்ல?

(1) $\sqrt{\frac{8}{18}}$ (2) $\frac{7}{3}$ (3) $\sqrt{0.01}$ (4) $\sqrt{13}$

13. $\sqrt{27} + \sqrt{12} =$

(1) $\sqrt{39}$ (2) $5\sqrt{6}$ (3) $5\sqrt{3}$ (4) $3\sqrt{5}$

14. $\sqrt{80} = k\sqrt{5}$, எனில் $k=?$

(1) 2 (2) 4 (3) 8 (4) 16

15. $4\sqrt{7} \times 2\sqrt{3} = =$

(1) $6\sqrt{10}$ (2) $8\sqrt{21}$ (3) $8\sqrt{10}$ (4) $6\sqrt{21}$

16. $\frac{2\sqrt{3}}{3\sqrt{2}}$ இன் பகுதியை விகிதமுறு எண்ணாக மாற்றிய பின் சுருங்கிய வடிவம்

(1) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ (2) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (3) $\frac{\sqrt{6}}{3}$ (4) $\frac{2}{3}$

17. $\left(2\sqrt{5} - \sqrt{2}\right)^2$ இன் சுருங்கிய வடிவம்

(1) $4\sqrt{5} + 2\sqrt{2}$ (2) $22 - 4\sqrt{10}$ (3) $8 - 4\sqrt{10}$ (4) $2\sqrt{10} - 2$

18. $(0.000729)^{\frac{-3}{4}} \times (0.09)^{\frac{-3}{4}} =$ ______

(1) $\frac{10^3}{3^3}$ (2) $\frac{10^5}{3^5}$ (3) $\frac{10^2}{3^2}$ (4) $\frac{10^6}{3^6}$

19. If $\sqrt{9^x} = \sqrt[3]{9^2}$, எனில், $x =$ ______

(1) $\frac{2}{3}$ (2) $\frac{4}{3}$ (3) $\frac{1}{3}$ (4) $\frac{5}{3}$

20. ஒரு செவ்வக வடிவ வீட்டு மனையின் நீளம் மற்றும் அகலங்கள் முறையே 5×10^5 மற்றும் 4×10^4 மீட்டர் எனில், அதன் பரப்பளவு என்ன?

(1) 9×10^1 மீ^{2} (2) 9×10^9 மீ^{2} (3) 2×10^{10} மீ^{2} (4) 20×10^{20} மீ^{2}

NCA IAS ACADEMY - 8015577159

www.tntextbooks.in

நினைவு கூர்வதற்கான கருத்துகள்

- $\frac{p}{q}$, $q\neq0$ என்ற வடிவில் உள்ள எண்ணின் தசம விரிவானது முடிவு பெறும் எனில், $\frac{p}{q}$ இன் தசம விரிவு முடிவுறு தசமவிரிவு (Terminating decimal expansion) எனப்படும். முடிவுறு தசம விரிவினைக் கொண்ட எண் முடிவுறு தசம எண் எனப்படும்
- $\frac{p}{q}$, $q \neq 0$ என்ற எண்ணின் தசம விரிவு காணும்போது எந்நிலையிலும் மீதி பூச்சியமாகவில்லை எனில், ஈவில் மீண்டும் மீண்டும் வரும் இலக்கங்களின் தொகுதி கிடைக்கும். இந்நிலையில் $\frac{p}{q}$ இன் தசம விரிவு முடிவுறாச் சுழல் தசம விரிவு (Non-terminating and recurring decimal expansion) எனப்படும். முடிவுறாச் சுழல் தசம விரிவினைக் கொண்ட எண் முடிவுறாச் சுழல் தசம எண் எனப்படும்..
- $\frac{p}{q}$, $q \neq 0$ வடிவில் உள்ள விகிதமுறு எண்ணை $\frac{p}{2^m \times 5^n}$ $(p \in \mathbb{Z}$ மற்றும் $m, n \in \mathbb{W})$ என்ற வடிவில் எழுத முடியுமானால், அந்த விகிதமுறு எண் முடிவுறு தசம விரிவினைப் பெற்றிருக்கும். அவ்வாறில்லையெனில், அந்த விகிதமுறு எண் முடிவுறாச் சுழல் தசம விரிவினைப் பெற்றிருக்கும்
- ஒரு விகிதமுறு எண்ணினை முடிவுறு தசம விரிவாகவோ அல்லது முடிவுறாச் சுழல் தசம விரிவாகவோ குறிப்பிடலாம்.
- முடிவுறாச் சுழல் தன்மையற்ற தசம விரிவினைக் கொண்ட எண் ஒரு விகிதமுறா எண் ஆகும். எனவே, ஒரு விகிதமுறா எண்ணை $\frac{p}{q}$, (p, q முழுக்கள் மற்றும் $q \neq 0$) என்ற வடிவில் எழுதமுடியாது.
- மெய்யெண்களின் கணமானது விகிதமுறு மற்றும் விகிதமுறா எண்களின் சேர்ப்புக் கணமாகும்.
- ஒவ்வொரு மெய்யெண்ணும் ஒரு விகிதமுறு எண்ணாகவோ அல்லது விகிதமுறா எண்ணாகவோ இருக்கும்.
- ஒரு மெய்யெண் விகிதமுறு எண் அல்ல எனில், அது ஒரு விகிதமுறா எண்ணாகும்.
- a என்பது மிகை விகிதமுறு எண், n ஒரு மிகை முழு மற்றும் $\sqrt[n]{a}$ ஒரு விகிதமுறா எண் எனில், $\sqrt[n]{a}$ என்பது ஒரு முறுடு எனப்படும்.
- m, n என்பன மிகை முழுக்கள், a, b என்பன மிகை விகிதமுறு எண்கள் எனில்,

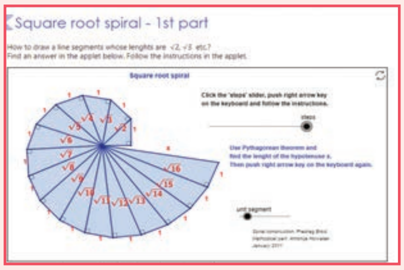
  $\left(\sqrt[n]{a}\right)^n = a = \sqrt[n]{a^n}$ (ii) $\sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$ (iii) $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a} = \sqrt[n]{\sqrt[m]{a}}$ (iv) $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$
- ஒரு முறுடை மற்றொரு முறுடால் பெருக்கி விகிதமுறு எண்ணைப் பெறும் செயல்முறை விகிதப்படுத்துதல் எனப்படும்.
- N என்ற எண்ணை $N = a \times 10^n$ என எழுதலாம். இங்கே, $1 \leq a < 10$, (n ஒரு முழு) என்றவாறு குறித்தல் அறிவியல் குறியீடு எனப்படும்.

NCA IAS ACADEMY - 8015577159

2-Real Numbers_TM.indd 82 26-12-2019 13:09:50

இணையச் செயல்பாடு–1

இறுதியில் கிடைக்கப்பெறும் படம்



படி–1 கீழே கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் உரலியைத் தேடுபொறியில் தட்டச்சு செய்க அல்லது துரிதத் துலங்கள் குறியீட்டை ஸ்கேன் செய்க.

படி–2 "Real Numbers" என்று GeoGebra பக்கத்தில் தோன்றும் . இப்பக்கத்தில் பல பணித்தாள்கள் காணப்படும். புதிய கணக்குகளைச் செய்து பார்க்க "Square root spiral – 1st part" என்பதைச் சொடுக்கவும்.

படி–3 Steps எனும் நழுவலை இழுக்கவும். படிப்படியாக 2,3,4,5 என்ற எண்களின் வர்க்கமூல வடிவம் தோன்றும்.

படி–4 "Unit segment" எனும் நழுவலை இழுப்பதால் வர்க்கமூல வடிவத்தைப் பெரிதாகவும் தெளிவாகவும் காணலாம்.

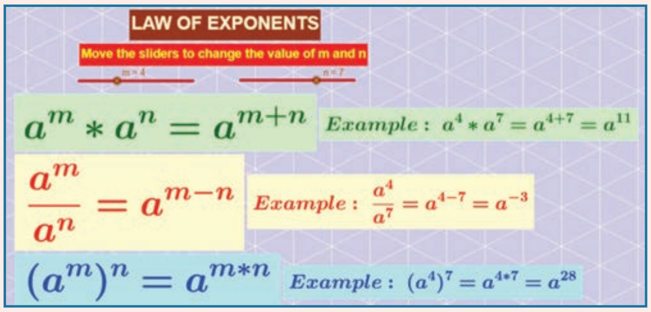
செயல்பாட்டிற்கான உரலி :

வர்க்கமூலம் : https://www.ggbm.at/m6GQc6mQ

B563_9_MAT_TM_T3

இணையச் செயல்பாடு–2

செயல்பாட்டின் இறுதியில் கிடைக்கப்பெறுவது



படி – 1: கீழ்க்காணும் உரலி / விரைவுக் குறியீட்டைப் பயன்படுத்தி GeoGebra வின் "Real Numbers" என்னும் பணித்தாளின் பக்கத்திற்குச் செல்க. இப்பணித்தாளில்
1. Rationalising the denominator for surds
2. Law of exponents ஆகிய இரண்டு செயல்பாடுகள் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும்.

முதல் செயல்பாட்டில், காரணிப்படுத்துவதற்கான வகுத்திகளும் எடுத்துக்காட்டுகளும் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும். மேலும் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் கட்டங்களில் a மற்றும் b இன் மதிப்புகளை உள்ளீடு செய்தோ மதிப்புகளை மாற்றியோ காரணிகளின் மதிப்புகளை அறிக.

படி - 2 : இரண்டாம் செயல்பாட்டில் அடுக்கு விதி கொடுக்கப்பட்டிருக்கும். மேலும் வலப்பக்கத்தில் எடுத்துக்காட்டுகள் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும். மதிப்புகளை மாற்றுவதற்கு m மற்றும் n நழுவல்களை நகர்த்தி, விடைகளைச் சரிபார்க்கவும்

செயல்பாட்டிற்கான உரலி :

மெய்யெண்கள் **https://ggbm.at/BYEWDpHU or Scan the QR Code.**

B563_9_MAT_TM_T3

NCA IAS ACADEMY - 8015577159